

Bedeutung der Stichprobe für die Interpretation der Ergebnisse am Beispiel von Zufallsexperimenten im „Urnenmodell“

Zeitpunkt:	Anfang 4. Schuljahr
Zeitlicher Umfang:	30 – 40 Minuten
Material:	Tabellenvorlagen (vgl. Anhang)

Mathematischer Hintergrund

Aus dem Inhaltsbereich „Daten, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten“ des Lehrplans von Nordrhein Westfalen wird im folgenden Interview schwerpunktmäßig der Wahrscheinlichkeitsbegriff thematisiert (vgl. MSW NWR 2008). Eine Möglichkeit, Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu veranschaulichen, bietet das Urnenmodell. Das Urnenmodell ist ein Überbegriff für eine Vielzahl von Aufgaben, in denen grundsätzlich Gegenstände gleicher Form zufällig aus einem Gefäß gezogen werden (vgl. Dehn et al. 2007, S. 34).

Viele Zufallssituationen lassen sich durch Urnenziehungen modellieren. Neben vielfältigen Situationen kann das Urnenmodell auch auf verschiedene Aufgabenstellungen angewandt werden. Beispielsweise kann der Inhalt des Gefäßes sichtbar oder verdeckt sein und die Reihenfolge der Ziehungen eine oder keine Rolle spielen. Außerdem kann die Gesamtzahl der Gegenstände im Gefäß, die Vielzahl der Farben sowie der Anteil der Farben variiert werden.

In der Wahrscheinlichkeitsberechnung sind prinzipiell zwei verschiedene Wege denkbar: Zum einen der empirisch-statistische und zum anderen der klassisch-kombinatorische Zugang (vgl. Dehn et al. 2007, S. 35). Das Urnenmodell bietet die Möglichkeit, beide Zugänge darzustellen.

Bei dem klassisch-kombinatorischen Zugang wird die Anzahl der günstigen Möglichkeiten des gewünschten Ereignisses zur Gesamtzahl aller Möglichkeiten in Beziehung gesetzt (vgl. Dehn et al. 2007, S. 35). Am Beispiel des Urnenmodells könnte so die Wahrscheinlichkeit, eine rote Perle zu ziehen, berechnet werden.

Hingegen wird bei dem empirisch-statistischen Zugang ein Zufallsexperiment in mehreren Durchgängen wiederholt. Die Anzahl der Wiederholungen gibt die Größe der Stichprobe an. Beispielsweise wird eine Anzahl von Perlen mehrmals mit geschlossenen Augen aus einer Urne gezogen, um die Häufigkeit einer bestimmten Perlenfarbe in der Ziehung abzuschätzen (vgl. Dehn et al. 2007, S. 35). Die Häufigkeit eines auftretenden Ereignisses in einer Serie von Experimenten wird an dieser Stelle als „absolute Häufigkeit“ bezeichnet (vgl. Panknin 1972, S. 94). Bei der absoluten Wahrscheinlichkeit sorgt der Zufall dafür, dass die Ergebnisse streuen. Um jedoch Aussagen über die Häufigkeit des Eintretens von Ereignissen treffen zu können, muss das Experiment ausreichend oft wiederholt werden (vgl. Panknin 1972, S. 78). Hefendehl-Hebeker (2003, S. 13) ist der Ansicht, dass der Zufall im Einzelfall nicht kalkulierbar ist, sondern erst auf lange Sicht an Kraft gewinnt. Sie ist der Meinung, dass der Unterschied zwischen kurzfristiger und langfristiger Perspektive zuerst begriffen und die Grenzen der mathematischen Sicht im Blick sein müssen, bevor mit Wahrscheinlichkeitskonzepten umgegangen werden kann. So soll auch die Präzisierung der Einschätzungen zu den Aufgaben einer Einführung in die Stochastik gehören.

„Eine Kernbedingung für die Aktivierung stochastischer Überlegungen in außerschulischen Kontexten scheint also zu sein, den Perspektivenwechsel von der Prognose des Einzel-Ergebnisses zur langfristigen Sicht zu vollziehen. Das ist notwendig, wenn Schülerinnen und Schüler tragfähige Vorstellungen aufbauen sollen.“ (Büchter, Hußmann, Leuders & Prediger 2005, S. 6f.).

Eichler (2010, S. 9) beschreibt dies als das Gesetz der großen Zahlen. Es besagt, dass sich die relative Häufigkeit eines Ereignisses, über eine sehr große Anzahl von Versuchen hinweg betrachtet, der Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses annähert.

Die relative Häufigkeit ist ein berechneter Wert, der die absolute Häufigkeit eines Ereignisses ins Verhältnis setzt zur Anzahl der insgesamt durchgeführten Versuche (vgl. Panknin 1972, S. 79):

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Anzahl der Versuche}}$$

Zahlreiche Untersuchungen mit verschiedenen Serien von Zufallsexperimenten zeigen auch, dass bei genügend großen Serien (Stichproben) die relative Häufigkeit konstant bleibt und nur noch in sehr kleinen Bereichen um einen festen Mittelwert schwankt (vgl. Panknin 1972, S. 81).

Didaktischer Hintergrund

Im folgenden Interview soll versucht werden, durch verschiedene Urnenversuche zum Wahrscheinlichkeitsbegriff die Bedeutung von Stichproben darzustellen. Die Kinder sollen 20 Perlen aus einem Säckchen mit 100 Perlen ziehen. Bevor sie jedoch das Experiment zweimal durchführen, sollen sie eine Vermutung äußern, wie viele rote und wie viele blaue Perlen sie ziehen werden. Nach den Experimenten sollen die Ergebnisse mit den Schätzungen der Kinder verglichen und Auffälligkeiten beschrieben werden. In einem zweiten Durchgang werden den Kindern weitere Ziehungsergebnisse von anderen Kindern vorgelegt, die sie ebenfalls mit den eigenen Ergebnissen vergleichen sollen. Außerdem können auch weitere Auffälligkeiten gesammelt werden. So erfolgt der Zugang zum Wahrscheinlichkeitsbegriff über den empirisch-statistischen Weg. Ziel ist es, den Zusammenhang zwischen der Farbverteilung der Perlen in dem Säckchen und den gezogenen Perlen zu erkennen. Dazu wird zur Vertiefung die gleiche Aufgabe mit einer anderen Farbverteilung angeboten. Auch hier sollen die Kinder Ergebnisse vergleichen und Auffälligkeiten formulieren. In weiteren Aufgaben sollen die Schüler und Schülerinnen versuchen, die Ziehungen unterschiedlichen Säckchen mit verschiedenen Inhalten zuzuordnen. Im Rahmen dieser Aufgaben sind die Begründungen der Kinder von besonderer Bedeutung. Es wird dabei zum einen der Wahrscheinlichkeitsbegriff der Kinder überprüft, zum anderen die Bedeutung der Stichprobe thematisiert. Zur tiefgreifenden Auseinandersetzung mit der Bedeutung der Stichproben wird eine weiterführende Aufgabe gestellt: Zwei Kinder ziehen unterschiedlich oft aus dem gleichen Säckchen, und beide machen abweichende Aussagen über den Inhalt des Säckchens. Schließlich stellt sich die Frage, wer Recht hat. Hier gilt es abzuschätzen, dass das Kind mit mehr Ziehungen auch mehr Informationen über den Inhalt des Säckchens hat und damit vermutlich genauere Angaben über den Inhalt machen kann als das Kind mit weniger Ziehungen.

In dem Interview wurde auf eine kontextbezogene, künstliche Einbettung absichtlich verzichtet, da es hier nicht um das Modellieren von Kontextaufgaben gehen soll, sondern ausschließlich um die mathematische Struktur der Aufgabenstellungen. In der Durchführung werden Perlen aus einem Säckchen gezogen, um ein Einblick in das Gefäß zu vermeiden und Kosten zu sparen. Im Unterricht bietet sich an, ein etwas größeres Säckchen und dickere Perlen als Präsentationsmaterial zu verwenden. Die gemeinsame Durchführung des Experiments bringt den Vorteil, dass mehr Stichproben entnommen werden können und dadurch die Verteilung der Farben (vgl. mathematischer Hintergrund) und die Bedeutung der Stichproben deutlicher werden. Zur Dokumentation der Experimente werden zu den jeweiligen Aufgabenstellungen Arbeitsblätter bereitgestellt (siehe Anhang).

Erwartete Vorgehensweisen

zu Aufgabe 2.1 (siehe S. 4):

Auffälligkeiten, die die Kinder beim Vergleichen der Aufgaben entdecken und begründen können:

- Einmal werden mehr blaue und ein anderes Mal mehr rote Perlen gezogen, weil es Zufall ist, was gezogen wird.
- Die Verteilung von rot und blau sind immer Zahlen in der Nähe von 10, da 10 die Hälfte von 20 ist.
- Es werden fast immer mehr rote oder blaue Perlen gezogen (abhängig von den Ziehungen der Kinder).

zu Aufgabe 2.2 (siehe S. 5):

Auffälligkeiten, die die Kinder beim Vergleichen der Aufgaben entdecken und begründen können:

- Es werden immer mehr rote Perlen gezogen, da mehr rote Perlen in dem Säckchen sind.
- die Anzahl der roten Perlen liegt immer bei ca. 15. Die Anzahl der blauen Perlen bei ungefähr 5, da 75 dreimal so viele rote Perlen sind wie 25 blaue.

zu Aufgabe 3.1 (siehe S. 6):

Begründung der Kinder, warum Paul aus dem Säckchen mit 20 roten und 80 blauen Perlen gezogen hat (vgl. Aufgabe 3.1):

- weil 10 von 50 ein kleinerer Anteil an roten Perlen ist als 4 von 10.

Fehlerquelle:

- Die Kinder könnten vermuten, dass Lisa aus dem Säckchen mit 20 roten und 80 blauen Perlen gezogen hat, weil Lisa weniger rote zieht als Paul.

zu Aufgabe 3.2* (siehe S. 7)

Begründung der Kinder, warum Paul aus dem Säckchen mit 40 roten und 60 blauen Perlen gezogen hat (vgl. Aufgabe 3.2):

- weil 8 von 28 ein größerer Anteil an roten Perlen ist als 5 von 20.
- weil 8 mehr rote Perlen sind als 5.

Fehlerquelle:

- Die Kinder könnten vermuten, dass Paul aus dem anderen Säckchen gezogen hat, weil Paul mehr blaue Perlen zieht als Lisa.

zu Aufgabe 4.1 (siehe S. 8):

Begründungen der Kinder, warum sie Regina oder Paul aufgrund ihrer Aussagen eher glauben würden (vgl. Aufgabe 4.1):

- Regina hat vermutlich recht, da sie mehr über den Inhalt des Säckchens weiß.
- Kann man nicht sagen, da man nicht weiß, wer welche Perlenfarbe gezogen hat.
- Regina hat recht, da Tom gar nicht gleich viele Perlen von jeder Farbe gezogen haben kann und daher vermutlich nur rät.

Ziele des Interviews

- 1) Welche Voraussetzungen bringen die Kinder mit?
- 2) Was fällt den Kindern auf und wie begründen sie die Auffälligkeiten?
- 3) Auf welcher Ebene begründen die Kinder ihre Entscheidungen? Welche Schwierigkeiten tauchen beim Begründen auf? Worauf sind diese zurückzuführen?

Allgemeine Hinweise

Die im Leitfaden angegebenen Formulierungsvorschläge können während des Interviews als Orientierungshilfe dienen. Die Fragestellungen müssen jedoch ggf. dem Niveau des Kindes angepasst werden.

Hinführung zum Interview:

„Bevor wir anfangen, möchte ich mich zunächst kurz vorstellen und dir erklären, warum ich heute mit dir ein Interview führen möchte: Ich bin Frau Tente und studiere an der Uni in Dortmund Lehramt für die Grundschule. Zurzeit schreibe ich meine Abschlussarbeit, damit ich bald in der Schule unterrichten darf. In meiner Arbeit möchte ich Unterrichtsmaterial für Lehrerinnen und Lehrer herstellen. Dafür muss ich aber vorher wissen, was Kinder in der 4. Klasse schon können und wie sie denken. Die Videokamera habe ich mitgebracht, weil ich mir so schnell nicht merken kann, was du alles herausfindest und was du dabei überlegt hast. Es geht also nicht darum, dass alles richtig ist, was du rechnest, sondern es geht darum, dass ich deine Denkwege verstehen möchte.“

- Hast du vorab noch irgendwelche Fragen? -

Gut, dann fangen wir nun an:“

Das Interview

1. Einführung - Erfassung des Vorwissens über Wahrscheinlichkeiten

Aufgabe 1 Einführung	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
<p>„Stell dir vor, es sind vier Perlen in einem Säckchen.“</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wie viele rote und wie viele blaue Perlen können in dem Säckchen sein? • Welches deiner genannten Säckchen würdest du bevorzugen, wenn du eine rote Perle ziehen möchtest? Wieso? • Welches Säckchen würdest du bevorzugen, wenn du keine rote Perle ziehen möchtest? Wieso? • Welches Säckchen würdest du bevorzugen, wenn du es dir offen halten möchtest, welche Farbe kommen soll? Wieso? • Bei solchen Aufgaben verwendet man in der Mathematik auch den Begriff ‚wahrscheinlich‘. Kennst du den Begriff und kannst du mir erklären, was er bedeutet?“ 	<p>In der Einführung geht es darum, die Vorerfahrungen der Kinder zu dem Begriff „wahrscheinlich“ zu erfassen.</p> <p>Mögliche Hilfen, wenn das Kind die Aufgabe nicht versteht:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Überlege und zeichne alle möglichen Säckchen mit roten und blauen Perlen.

2. Stichproben aus einem Säckchen mit 100 Perlen - Wie viele Perlen sind durchschnittlich rot? (vgl. Wittmann & Müller, 2009a, S. 109)

Aufgabe 2 Säckchen mit 100 Perlen	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
<p>2.1</p> <p>„In dem Säckchen sind 50 rote und 50 blaue Perlen. Du sollst gleich mit geschlossenen Augen 20</p>	<p>Da die Verteilung im Säckchen 1:1 ist, ist die Wahrscheinlichkeit, eine rote oder eine blaue Perle zu ziehen, gleich hoch. Somit müssten, statistisch gesehen, bei 20 Ziehungen 10 rote und 10 blaue</p>

<p>Perlen aus dem Säckchen nehmen.</p> <p>Was glaubst du, wie viele sind davon rot und wie viele sind blau? Wie kommst du zu deiner Vermutung?</p> <p>Hole nun mit geschlossenen Augen 20 Perlen heraus. Wie viele sind rot und wie viele sind blau? Trage deine Ergebnisse in eine Tabelle ein.</p> <p>Lege die Perlen wieder zurück und wiederhole das Experiment. Vergleiche deine Lösungen. Was fällt dir auf? (Auffälligkeiten notieren) Suche Erklärungen!</p> <p>Ich habe das Experiment schon mit anderen Kindern durchgeführt. Da haben die Kinder diese Perlen gezogen (verschiedene Ziehungen von anderen Kindern auf Zetteln vorlegen (vgl. Anhang)).</p> <p>Vergleiche deine Ergebnisse mit den Ziehungen der anderen Kinder. Was fällt dir auf? (Auffälligkeiten ergänzen) Suche Erklärungen!</p> <p>Wenn du einem Kind aus deiner Klasse nur die Ziehungen des Experiments zeigen würdest, was könnte es dann über den Inhalt des Säckchens sagen? Suche Erklärungen!</p> <p>Was erwartest du, wie viele rote Perlen werden durchschnittlich gezogen? Suche Erklärungen! (ggf. Begriff „Durchschnittlich“ klären: Wenn du alle gezogenen Perlen zusammenrechnest und dann durch die Anzahl der Ziehungen teilst, ergibt sich ein Mittelwert, der die Tendenz einer gezogenen Perlenfarbe widerspiegelt)“</p>	<p>Perlen gezogen werden. Jedoch sorgt der Zufall für Streuungen.</p> <p>Mögliche Zwischenfrage, wenn das Kind Auffälligkeiten beschreibt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Was würdest du erwarten, wenn du jetzt nochmal 20 Perlen ziehen würdest? • Was glaubst du, wie viele rote und blaue Perlen würdest du ziehen, wenn du 30 Perlen ziehen darfst? Wie kommst du darauf? <p>Mögliche Impulse, wenn das Kind mit dem eigenen Ergebnissen nicht weiter kommt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Was fällt dir auf, wenn du nur die Ziehungen einer Farbe miteinander vergleichst? • Welche Farbe tritt bei den Ziehungen wahrscheinlicher auf?
<p>2.2</p> <p>„Jetzt hab ich noch ein zweites Säckchen. In diesem Säckchen sind 75 rote und 25 blaue Perlen.</p> <p>Was glaubst du, wie viele sind jetzt rot und wie viele sind blau,</p>	<p>Da die Verteilung im Säckchen 3:1 ist, ist auch die Wahrscheinlichkeit, eine rote Perle zu ziehen, 3 mal so hoch wie eine blaue zu ziehen. Somit müssten, statistisch gesehen, bei 20 Ziehungen 15 rote und 5 blaue Perlen gezogen werden. Jedoch sorgt der Zufall für Streuungen.</p>

<p>wenn du 20 Perlen ziehen darfst. Wie kommst du zu deiner Vermutung?</p> <p>Hole nun mit geschlossenen Augen 20 Perlen heraus. Wie viele sind rot und wie viele sind blau? Trage deine Ergebnisse in eine Tabelle ein.</p> <p>Lege die Perlen wieder zurück und wiederhole das Experiment. Vergleiche deine Ergebnisse. Was fällt dir auf? (Auffälligkeiten notieren) Suche Erklärungen!</p> <p>Ich habe das Experiment schon mit anderen Kindern durchgeführt. Da haben die Kinder diese Perlen gezogen (verschiedene Ziehungen von anderen Kindern auf Zetteln vorlegen (vgl. Anhang)).</p> <p>Vergleiche deine Ergebnisse mit den Ziehungen der Kinder. Was fällt dir auf? (Auffälligkeiten ergänzen) Suche Erklärungen!</p> <p>Wenn du einem Kind aus deiner Klasse diese Ziehungen des Experiments zeigen würdest, was könnte es dann über den Inhalt des Säckchens sagen? Suche Erklärungen!</p> <p>Was erwartest du, wie viele rote Perlen werden in diesem Experiment durchschnittlich gezogen? Suche Erklärungen!</p> <p>Vergleiche die Ergebnisse deiner Experimente und versuche die Unterschiede und Gemeinsamkeiten zu erklären.</p> <p>Was meinst du, warum habe ich dir weitere Lösungen von anderen Kindern gegeben? Was haben sie dir gebracht?“</p>	<p>Mögliche Zwischenfragen, wenn das Kind Auffälligkeiten beschreibt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Siehst du Zusammenhänge zwischen deinen Auffälligkeiten und der Aufgabenstellung? Kannst du auch erklären, warum das so ist? <p>Mögliche Hilfsfragen, wenn das Kind mit den eigenen Ergebnissen nicht weiter kommt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Was fällt dir auf, wenn du nur die Ziehungen einer Farbe miteinander vergleichst? • Eben hast du gesagt, dass es gleichwahrscheinlich ist, eine rote oder eine blaue Perle zu ziehen, da gleich viele Perlen in dem Säckchen waren. Wie ist es hier?
---	---

3. Stichproben zuordnen - Bedeutung von Stichproben

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
Säckchen mit 100 Perlen	
<p>3.1</p> <p>„Stellen wir uns vor in einem Säckchen sind 20 rote und 80 blaue Perlen. In einem zweiten Säckchen sind 40 rote und 60 blaue Perlen.</p>	<p>Es sind zwei unbekannte Verteilungen von Perlen gegeben. Aus den Daten dieser zwei Ziehungen von Lisa und Paul soll auf die Verteilung geschlossen werden. Zum anderen sollen die Kinder aber auch überlegen, warum ihre Vermutung keine sichere Aussage sein kann.</p>

<p>Lisa hat aus einem Säckchen 4 rote und 6 blaue Perlen gezogen. Paul hat aus einem anderen Säckchen 10 rote und 40 blaue gezogen.</p> <p>Wer hat aus welchem Säckchen gezogen?“</p>	<p>Denn eine statistische Aussage kann nie mit 100 %iger Sicherheit getroffen werden (vgl. Wittmann & Müller 2009b, S. 215).</p> <p>Doch mit großer Wahrscheinlichkeit ist anzunehmen, dass Lisa aus dem zweiten Säckchen gezogen hat und Paul aus dem Ersten, denn 10 Perlen von 50 ist ein kleinerer Anteil an roten Perlen, als 4 rote Perlen von 10.</p> <p>Mögliche Zwischenfragen, wenn das Kind zu einer Lösung kommt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wie bist du zu deiner Vermutung gekommen? • Kannst du dir sicher sein, dass deine Vermutung stimmt? Warum oder warum nicht? <p>Mögliche Hilfsfragen, wenn das Kind nicht weiter kommt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Was fällt dir auf, wenn du Lisas und Pauls Ziehungen miteinander vergleichst? • Wer hat von den beiden Kindern im Verhältnis mehr rote? • Ein anderes Kind hat mir geantwortet, dass Lisa im Verhältnis mehr Rote hat. Wie könnte es darauf gekommen sein? • Du kannst gern den Stift benutzen und etwas aufschreiben oder aufzeichnen oder Sonstiges damit notieren.
<p>3.2*</p> <p>„Stellen wir uns vor, in einem Säckchen sind 20 rote und 80 blaue Perlen. In einem zweiten Säckchen sind 40 rote und 60 blaue Perlen.</p> <p>Lisa hat aus einem Säckchen 5 rote und 15 blaue Perlen gezogen. Paul hat aus dem anderen 8 rote und 20 blaue Perlen gezogen.</p> <p>Wer hat aus welchem Säckchen gezogen (vgl. Wittmann & Müller 2009a, S.109)?“</p>	<p>Auch hier ist keine 100 %ige Sicherheit gegeben, doch ist anzunehmen, dass Lisa aus dem ersten Säckchen gezogen hat und Paul aus dem zweiten, denn 5 Perlen von 20 ist ein kleinerer Anteil an roten Perlen als 8 rote Perlen von 28 ($4 \cdot 5 = 20$, aber $4 \cdot 8 = 32$) (vgl. Wittmann & Müller 2009b, S. 215).</p> <p>Mögliche Zwischenfragen, wenn das Kind zu einer Lösung kommt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Wie bist du zu deiner Vermutung gekommen? • Kannst du dir sicher sein, dass deine Vermutung stimmt? Warum oder warum nicht? <p>Mögliche Hilfsfragen, wenn das Kind nicht weiter kommt:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Was fällt dir auf, wenn du Lisas und Pauls Ziehungen miteinander vergleichst? • Wer hat von den beiden Kindern im Verhältnis mehr rote?

	<ul style="list-style-type: none"> • Ein anderes Kind hat mir geantwortet, dass Paul im Verhältnis mehr Rote hat. Wie könnte es darauf gekommen sein? • Du kannst gern den Stift benutzen und etwas aufschreiben oder aufzeichnen oder Sonstiges damit notieren.
--	--

4. Weiterführende Aufgabenstellung: Bedeutung von Stichproben

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
<p>4.1</p> <p>„Ich habe noch eine andere Aufgabe für dich:</p> <p>Regina und Tom ziehen mehrmals aus einem Säckchen mit blauen und roten Perlen. Sie notieren die Farben ihrer gezogenen Perlen. Tom war faul und hat nur 3 mal gezogen. Regina war fleißig und hat 20 mal gezogen. Tom behauptet, dass mehr rote Perlen in dem Säckchen sind. Regina sagt, dass ungefähr gleich viele Perlen in dem Säckchen sind.</p> <p>Wer hat recht?</p> <p>Wem würdest du glauben?“</p>	<p>Da Regina häufiger gezogen hat als Tom, weiß Regina vermutlich mehr über den Inhalt des Säckchens, und ihre Aussage scheint glaubwürdiger.</p> <p>Mögliche Zwischenfragen, wenn das Kind über die Anzahl der Ziehungen argumentiert:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Kannst du erklären, warum mehrere Ziehungen aussagekräftiger sind als nur wenige? <p>Mögliche Hilfsfragen, wenn das Kind ratlos oder sich nicht sicher ist:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ist es eigentlich wichtig zu wissen, welche Perlen Tom und Regina gezogen haben? • Wer weiß denn von den beiden Kindern mehr über den Inhalt des Säckchens? • Warum bist du dir nicht sicher?
<p>4.2</p> <p>„Erkläre bitte noch einmal, was du nun unter dem Begriff ‚wahrscheinlich‘ verstehst?“</p>	<p>Um zu vergleichen, ob das Kind nach dem Interview ein anderes Verständnis vom Wahrscheinlichkeitsbegriff hat, wird die Frage hier wiederholt aufgegriffen.</p>

Dokumentation des Interviews

Für die Dokumentation der Ergebnisse soll eine Videoaufnahme die Möglichkeit bieten spätere Transkripte zu verwenden. Außerdem bringt eine Videoaufnahme den Vorteil mit, dass für die Analyse und Auswertung einzelne Szenen wiederholt betrachtet werden können.

Literatur

- Büchter, A., Hußmann, S., Leuders, T. & Prediger, S. (2005): Den Zufall im Griff. Stochastische Vorstellungen fördern. In: *PM-Praxis der Mathematik*, 47.Jg., H.4, S. 1-7.
- Dehn, C., Mayer, S., Weisbach, D. & Neubert, B. (2007): Was ist wahrscheinlicher? Glücksrad- und Urnenaufgabe für die Grundschule. In: *Grundschulunterricht*, H. 2, S. 33-36.
- Eichler, K.- P. (2010): Wahrscheinlich kein Zufall. Betrachtungen rund um Wahrscheinlichkeit und Häufigkeit. In: *Praxis Grundschule*. 33. Jg., H. 3, S. 7-9.
- Hefendehl-Hebeker, L. (2003): *Didaktik der Stochastik I: Wahrscheinlichkeitsrechnung* Vorlesungsausarbeitung, Duisburg.
- Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes NRW (MSW NRW) (Hrsg.) (2008): *Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes NRW*. Frechen: Ritterbach.
- Panknin, M. (1972): *Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit und Statistik für die Klassen 1-6*. Bochum: Ferdinand Kamp.
- Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (2009a): *Das Zahlenbuch 4* (5. Aufl.). Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett Schulbuchverlag.
- Wittmann, E.Ch. & Müller, G.N. (2009b): *Das Zahlenbuch 4. Lehrerband* (5. Aufl.). Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett Schulbuchverlag.

Anlagen

AB 1 Einführung - Erfassung des Vorwissens über Wahrscheinlichkeiten

**Es sind 4 Perlen in dem Säckchen.
Wie viele Perlen sind von welcher Farbe in dem Säckchen?**

Rote	Blaue

AB 2.1 Stichproben aus einem Säckchen mit 100 Perlen - Wie viele Perlen sind durchschnittlich rot?

**Es sind 100 Perlen in dem Säckchen.
50 rote und 50 blaue Perlen.**

Ziehe 20 Perlen aus dem Säckchen.

Vermutung:

Rote	Blaue

Rote	Blaue

Auffälligkeiten:

Rote	Blaue
6	14

Rote	Blaue
12	8

Rote	Blaue
9	11

Rote	Blaue
10	10

AB 2.2 Stichproben aus einem Säckchen mit 100 Perlen - Wie viele Perlen sind durchschnittlich rot?

**Es sind 100 Perlen in dem Säckchen.
75 rote und 25 blaue Perlen.**

Ziehe 20 Perlen aus dem Säckchen.

Vermutung:

Rote	Blaue

Rote	Blaue

Auffälligkeiten:

Rote

Blaue

15

5

Rote

Blaue

14

6

Rote

Blaue

13

7

Rote

Blaue

16

4

AB 3.1 Stichproben zuordnen - Bedeutung von Stichproben

Es sind jeweils 100 Perlen in den Säckchen.

In einem Säckchen sind 20 rote und 80 blaue Perlen. In einem anderen Säckchen 40 rote und 60 blaue Perlen. Lisa und Paul haben Perlen gezogen:

Lisa		Paul	
Rote	Blaue	Rote	Blaue
4	6	10	40

Wer hat aus welchem Säckchen gezogen? Begründe.

AB 3.2 Stichproben zuordnen - Bedeutung von Stichproben

Es sind jeweils 100 Perlen in den Säckchen.

In einem Säckchen sind 20 rote und 80 blaue Perlen. In einem anderen Säckchen 40 rote und 60 blaue Perlen. Lisa und Paul haben Perlen gezogen:

Lisa		Paul	
Rote	Blaue	Rote	Blaue
5	15	8	20

Wer hat nun aus welchem Säckchen gezogen? Begründe.

AB 4.1 Weiterführende Aufgabenstellung: Bedeutung von Stichproben

Regina und Tom ziehen mehrmals aus einem Säckchen mit blauen und roten Perlen. Sie notieren die Farben ihrer gezogenen Perlen. Tom war faul und hat nur 3 mal gezogen. Regina war fleißig und hat 20 mal gezogen. Tom behauptet, dass mehr rote Perlen in dem Säckchen sind. Regina sagt, dass ungefähr gleich viele Perlen in dem Säckchen sind. Wer hat recht? Wem würdest du glauben?