
INFORMATIONSMATERIAL

des Projektes KIRA

DZLM  Deutsches Zentrum für
Lehrerbildung Mathematik





Der zum Schuljahr 2008/09 für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen neu eingeführte Mathematiklehrplan bietet eine entscheidende Neuerung: Es werden neben inhaltsbezogenen ganz explizit auch prozessbezogene Kompetenzerwartungen angeführt. Diese Aufwertung der prozessbezogenen Kompetenzen fordert den Wandel von einem Unterricht, der primär das Ausführen von Rechentechniken vermittelt, hin zu einem Unterricht, der das selbstständige Denken und das aktive mathematische Tätigsein anregt. Kontinuierlicher Bezugspunkt der Planung, Durchführung und Reflexion des Unterrichts sind dabei die unterschiedlichen Lernstände und Lernmöglichkeiten der Schülerinnen und Schüler.

Lehrerinnen und Lehrer müssen wissen, wie die Lernenden denken. Zu diesem Zweck entwickelt das Projekt KIRA (**K**inder **r**echnen **a**nders) ein breit gefächertes Angebot an Materialien, die im Internet unter www.kira.dzlm.de zum Download zur Verfügung stehen.

Das Material der KIRA-Seite wird durch die sechs Obergriffe „Mathe – mehr als Ausrechnen“, „Lernen wie Kinder denken“, „Unterricht – offen und zielorientiert“, „Geometrie und Sachrechnen“, „Arithmetik bis zum 2. Schuljahr“ und „Arithmetik im 3. und 4. Schuljahr“ strukturiert, die wiederum insgesamt 65 Unterseiten beinhalten.

In diesem Heft werden ausgewählte Beispiele für das KIRA-Material gegeben. Eine Übersicht über alle Materialien finden Sie hier: http://kira.dzlm.de/kira-files/uploads/doc/KIRA_Inhaltsverzeichnis.pdf (**183**)

Im Weiteren wird jeweils durch einen in der Regel dreiziffrigen Code angegeben, wo Sie das ausgewählte Material auf der KIRA-Website (kira.dzlm.de/xxx) finden können. Für xxx setzen Sie jeweils den Zifferncode ein. Vorsicht: Nicht ‚www‘ voranstellen.

MATHE – MEHR ALS AUSRECHNEN	4
LERNEN, WIE KINDER DENKEN	6
UNTERRICHT – OFFEN UND ZIELORIENTIERT ...	9
GEOMETRIE UND SACHRECHNEN	12
ARITHMETIK BIS ZUM 2. SCHULJAHR	14
ARITHMETIK IM 3. UND 4. SCHULJAHR	17

Dieser Bereich befasst sich schwerpunktmäßig mit den prozessbezogenen Kompetenzen, die es ebenso wie die inhaltsbezogenen Kompetenzen zu fördern gilt, weil Mathematik eben mehr ist als Ausrechnen (127).

In der Schule lernt man Mathe, weil...

„...sonst kann uns später einer mal betrogen, dann bleibt man immer doof und findet keine Arbeit. Hat Mama mal gesagt.“

Was Kinder über Mathe denken

Welches Bild haben Grundschulkinder von Mathematik? Der Lehrplan verlangt vom Mathematikunterricht, dass er bei den Kindern eine positive Haltung gegenüber der Mathematik hervorruft. Auf dieser Seite wird Ihnen die Gelegenheit gegeben, Schüleräußerungen zu einigen Fragen über die Mathematik aus Sicht der Kinder zu betrachten und Ihre Erwartungen mit diesen abzugleichen (175).

Prozessbezogene Kompetenzen – eine Einführung

Dieses Kapitel gibt vertiefende Informationen darüber, was man unter den so genannten „prozessbezogenen“ Kompetenzen versteht, welcher Zusammenhang zwischen diesen und den inhaltsbezogenen Kompetenzen besteht und welche Aufgaben den Erwerb dieser Kompetenzen unterstützen (016).

Die Drittklässlerin Laura sucht nach allen Summen aufeinanderfolgender Zahlen, bei denen das Ergebnis höchstens 20 ist. Verstehen Sie ihr Vorgehen?

$$\begin{array}{ll} 1+2+3=6 & 1+2+3+4=10 \\ 3+4+5=12 & 2+3+4+5=14 \\ 5+6+7=18 & 1+2+3+4+5=15 \\ 7+8=15 & 1+2+3+4+5+6=21 \\ 6+7=13 & \\ 1+3=4 & 2+3=5 \\ 1+2=3 & 3+4=7 \\ 1+1=2 & 4+5=9 \\ & 5+6=11 \\ & 6+7=13 \\ & 7+8=15 \\ & 8+9=17 \\ & 9+10=19 \end{array}$$

Prozessbezogene Kompetenzen fördern:

Reihenfolgezahlen

Das Problemfeld „Summen von Reihenfolgezahlen“ eignet sich, um inhalts- und prozessbezogene Kompetenzen zu schulen. An dieser Stelle erhalten Sie die Möglichkeit, das Aufgabenformat zu erkunden und Schülerdokumente und Videos mit dem Fokus auf prozessbezogene Kompetenzen zu analysieren (150).

Prozessbezogene Kompetenzen fördern:

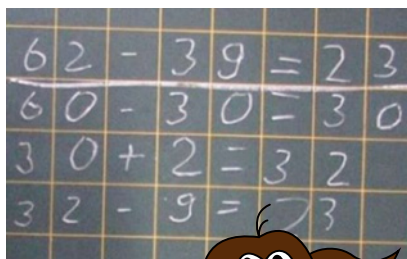
Schöne Päckchen

„Was fällt dir auf?“ und „Warum ist das so? Begründe!“ sind Aufgabenstellungen, die Kinder zum Entdecken, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen anregen und da-

In diesem Bereich finden Sie Materialien, die verdeutlichen sollen, warum es wichtig ist, dass Erwachsene lernen, wie Kinder denken. Dazu werden auch Aufgabenformate vorgestellt, die dazu beitragen, die Denkweisen von Kindern besser zu verstehen. Des Weiteren wird gezeigt, wie Diagnostische Interviews vorbereitet, durchgeführt und ausgewertet werden können und wie Kinder im Mathematikunterricht ihrem Entwicklungsniveau entsprechend gefördert werden können (129).

Kira – der Film

Der KIRA-Film illustriert anhand von Szenen aus dem Alltag, aus dem Unterricht und aus Interviews mit Kindern und Erwachsenen, dass Kinder auf unterschiedliche Art und Weise anders rechnen. Im Einzelnen wird beispielsweise dargestellt, dass Kinder unterschiedlich rechnen oder auch anders vorgehen, als Erwachsene es vermuten (178).



Kira – das Quiz

So ungewöhnlich die Denkwege von Kindern manchmal auch sein mögen – das „Anders-sein“ und ihre Vielfältigkeit machen sie gerade interessant. Wichtig ist, dass Erwachsene Interesse an dem zeigen, was in den Köpfen der Kinder vorgeht. Denn nur wenn wir ihre Vorgehensweisen und Strategien versuchen zu verstehen, können wir sie auch zielgerichtet und individuell fördern und fordern. Im Quiz können Sie testen, wie gut Sie sich schon in das mathematische Denken von Kindern, in ihre Denkwege und in ihre Fehlermuster hineinversetzen können (103).

Kinder besser verstehen

Um Kinder in ihrem Lernen zu unterstützen, ist es nötig, sich in ihre individuellen Denkwege hineinzuversetzen. Hier werden Ihnen ausgewählte Dokumente präsentiert, die aufzeigen, dass es nicht immer einfach ist, die Denkwege der Kinder zu verstehen. Die Beispiele verdeutlichen zugleich, warum diese Arbeit dennoch sehr lohnenswert und bedeutsam ist (130).

Denkwege erheben mit Hilfe informativer Aufgaben

Der Einsatz diagnostischer Methoden, um mehr über die mathematischen Denkwege von Kindern zu erfahren, erfordert eine sorgfältige Aufgabenauswahl. Rein produktorientierte Aufgaben, bei denen es nur um ‚richtig‘ oder ‚falsch‘ geht, ermöglichen der Lehrperson nur selten Einblicke in die Denkwege der Kinder. Gut eignen sich hingegen sogenannte „informativ Aufgaben“, bei denen man mehr Informationen über die Denkwege der Kinder erhält. Die Eigenschaften solcher Aufgaben sowie Beispiele sollen hier vorgestellt werden (104).

Diagnostische Gespräche

Sowohl im Mathematikunterricht als auch in der (mathematikdidaktischen) Forschung ist es notwendig, die Handlungen, die schriftlichen Dokumente, die verbalen Äußerungen und insbesondere die dahinterliegenden Denkprozesse der Kinder auch zu verstehen. Das klinische Interview (diagnostisches Interview) stellt eine geeignete Methode dar, um genaueres über das Denken der Kinder zu erfahren. Hier erhalten Sie wichtige Informationen über das klinische Interview sowie Tipps und Materialien zur Interviewvorbereitung, Durchführung und anschließenden Analyse (105).

Die Interviewerin lässt Kerstin **nicht einmal denken**:

I: 30 und 30 sind?

K: (leise) 120...

I: Hm, wie viel ist denn $30 + 30$ hier? (zeigt auf 19, 18, 11&12)

K: Ich rechne grad mal was aus...

I: Ja, aber $30 + 30$ ist ja?

1. Thema des Interviews festlegen.
2. Zielsetzung(en) und Forschungsfrage(n) formulieren.
3. Mit dem mathematischen und dem mathematikdidaktischen Hintergrund auseinandersetzen.
4. ...

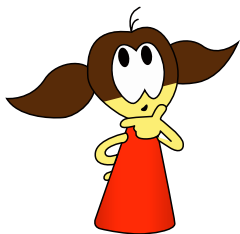
Interviews vorbereiten

Auf dieser Seite finden Sie einige grundsätzliche Informationen zur inhaltlichen und organisatorischen Vorbereitung von diagnostischen Interviews. Ziel der Interviews ist die Erhebung der mathematischen Denkwege von Schülerinnen und Schülern. Beachten Sie jedoch, dass es nicht DIE Vorbereitung gibt, sondern dass es stets auch vom Thema und den Rahmenbedingungen eines Interviews abhängt, wie intensiv Sie auf bestimmte Punkte eingehen (172).

Interviews durchführen

Kein diagnostisches Gespräch gleicht dem anderen. Auch wenn es inhaltlich um die gleichen mathematischen Aspekte geht, ist der Verlauf des Interviews

in hohem Maße von den Denkweisen, den mathematischen Kompetenzen, aber auch von den Merkmalen des jeweiligen Kindes abhängig. Entsprechend ist der Interviewer gefordert, möglichst angemessen und sensibel darauf zu reagieren. Diese Seite gibt Anregungen, wie man in typischen Interviewsituationen reagieren kann (173).



Interviews auswerten

Wenn Sie Ihre Interviews bereits durchgeführt haben, dann haben Sie schon einen wichtigen Schritt für Ihr „Mini-Forschungsprojekt“ getan. Auf dieser Seite bekommen Sie einige Tipps, wie Sie Ihre Interviews angemessen analysieren und auf dieser Grundlage einen ansprechenden Auswertungsbericht verfassen können (159).

Leistungsschwache Kinder – Fördermöglichkeiten

Immer wieder begegnen uns im Mathematikunterricht Kinder, denen sich die scheinbar leicht zugängliche Welt der Zahlen und Operationen nicht so einfach wie anderen Kindern erschließen will. Sie tun sich schwer, basale Fähigkeiten zu erwerben, und liefern trotz intensiven Übens immer wieder fehlerhafte Rechnungen. Hier erfahren Sie anhand eines Fallbeispiels, wie wichtig für diese Kinder die Abkehr vom zählenden Rechnen durch den Aufbau einer strukturierten Zahlauffassung unter Nutzung strukturierter Anschauungsmaterialien ist (036).

Leistungsstarke Kinder – Fördermöglichkeiten

Gerade wenn es um individuelle Förderung im Mathematikunterricht geht, werden die leistungsstarken Kinder bisweilen außen vor gelassen – sie beherrschen den Stoff ja schon. Doch bietet man diesen Kindern keine Möglichkeiten ihre Begabung auszuleben und weiterzuentwickeln, so kann dies schnell zu einer Unterforderung und zu Langeweile im Unterricht führen. Um auch den mathematisch begabten Kindern gerecht zu werden, erfahren Sie hier mehr zu mathematischer Leistungsstärke und Begabung; insbesondere die typischen Merkmale von leistungsstarken Kindern im Mathematikunterricht sollen hier näher durchleuchtet werden (153).

Helena ermittelt die 30. Dreieckszahl:

387+23=420
370+27=397
328+31=359
304+35=339
275+39=314
234+41=275
189+45=234
140+49=189
90+53=143
45
1243

Die in diesem Bereich versammelten Seiten thematisieren das Spannungsfeld von Offenheit und Zielorientierung, das konstitutiv für guten Mathematikunterricht ist. Zum einen wird die aktivistische Grundposition des Lernens dargestellt, die die lernenden Subjekte als aktive Konstrukteure ihres eigenen Wissens sieht. Zum anderen wird auf mathematikdidaktische Prinzipien und Gestaltungsprinzipien des Mathematikunterrichts eingegangen und es werden Aufgabenformate vorgestellt, die dazu beitragen können, den Unterricht offen und zielorientiert zu gestalten (174).

Entdeckendes Lernen

Am Beispiel der Aufgabe „Vergleichen von Geschwindigkeiten“ werden verschiedene Grundpositionen des Lehrens und Lernens dargestellt: In einigen Videos versucht der Lehrer, im fragend-entwickelnden Unterrichtsgespräch die Kinder Schritt für Schritt zur Lösung zu führen. In den anderen Videos arbeitet die Lerngruppe nach der Erklärung des Problems eigenständig; die Schülerinnen und Schüler lösen das Problem selbst. Ausgewählte Fragestellungen geben Anlass zur Reflexion dieser Grundpositionen (017).

Lernen durch Belehrung
(Passivistische Grundposition)

Lernen durch Entdeckenlassen
(Aktivistische Grundposition)

(vgl. Winter, 1991)

Fortschreitende Mathematisierung

Wie kann man der Lösungsvielfalt bzw. den individuellen Lösungswegen der Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht Raum geben, aber am Ende dennoch die von der Fachdidaktik und vom Lehrplan avisierten Rechenstrategien und -verfahren zielgerichtet erreichen? Eine Organisation des Unterrichts im Sinne der „fortschreitenden (auch: zunehmenden) Mathematisierung“ – auch „Ich-Du-Wir-Prinzip“ genannt – bietet hier einen möglichen Lösungsansatz (fs).

Operatives Prinzip

Der Lehrplan der Grundschule in NRW verlangt u.a., dass das Üben im Mathematikunterricht operativ strukturiert sein soll. Auf dieser Seite soll beschrieben werden, was das operative Prinzip bedeutet und welche Rolle es im Mathematikunterricht einnimmt (147).

„Was geschieht mit...,
wenn...?“
– **operatives Prinzip** –
(Wittmann, 1981, S. 79)

Natürliche Differenzierung

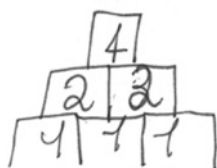
Lernen kann erst erfolgreich sein, wenn es im Unterricht gelingt, an die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen, Lernerfahrungen und Lernfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler anzuknüpfen, denn jedes Kind ist anders und lernt auch anders. Es werden die wesentlichen Ergebnisse einer Studie zum Thema „Natürliche Differenzierung“ anhand ausgewählter Schülerdokumente vorgestellt und illustriert (162).

- Daniel** Weil man nicht gibt dann 3 weg.
- Judith** Ich habe alle Zahlen einmal miteinander verschoben
- Lara** Ich habe über al eins weg und irgendwo ein hin getahn.

Strukturiertes Üben

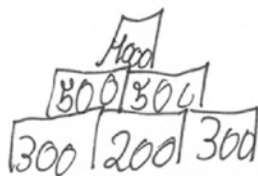
Im Laufe der Schulzeit müssen und sollen nicht immer wieder neue Übungsformate eingeführt werden. Viele Aufgabenformate lassen sich im Sinne des Spiralprinzips über Schuljahre hinweg wiederkehrend einsetzen – so auch die Entdeckerpäckchen (schöne Päckchen), die zum strukturierten Üben eingesetzt werden. In diesem Kapitel können Sie verschiedene Varianten der Entdeckerpäckchen als ein beispielhaftes Aufgabenformat für strukturiertes Üben kennenlernen (018).

Leichte Zahlenmauer



Die ist nich schwer weil sie nich über 10 geht

Schwierige Zahlenmauer



Weil sie über 1000 geht

Eigenproduktionen

Wie es Gallin und Ruf gesagt haben, steht am Anfang des Unterrichts nicht die Wissensvermittlung des Lehrers, am Anfang des Unterrichts stehen die Denkweisen und die Äußerungen der Lernenden. Zentral hierbei sind die Eigenproduktionen der Schülerinnen und Schüler. Auf dieser Seite wird anhand ausgewählter Schülerdokumente aus

einer Untersuchung in dritten und sechsten Klassen zum Aufgabenformat „Zahlenmauern“ insbesondere auf zwei Typen von Eigenproduktionen eingegangen (157).

Offene Aufgaben

Offene Aufgaben gewähren den Schülerinnen und Schülern viel Bearbeitungsfreiraum. Zu einer offenen Aufgabe ist kein Lösungsweg vorgeschrieben, und es gibt mehrere plausible Lösungen. Das Verwenden dieses Aufgabenformats führt zu einer natürlichen Differenzierung im Mathematikunterricht, sodass alle Kinder an einem Aufgabenformat auf ihrem jeweiligen Lernniveau arbeiten können (078).

Suche dir eine Zahl, mit der du gern einmal rechnen würdest. Rechne verschiedene Aufgaben mit dieser Zahl.

$$\begin{aligned} 7 + 7 &= 14 \\ 7 \cdot 7 &= 49 \\ 7 : 7 &= 1 \\ 7 + 7 \cdot 7 : 7 &= 64 \end{aligned}$$

Expertenarbeit

Hier erhalten Sie einen Einblick in die Arbeit mit so genannten „Expertenkindern“ im Mathematikunterricht. Die Kinder können den Unterricht durch diese Arbeitsmethode aktiv mitgestalten und lernen, ihre Lösungs- und Denkwege zu verbalisieren. Dazu wird exemplarisch eine Unterrichtsstunde zum „SOMA-Würfel“ gezeigt, die in einem 4. Schuljahr gefilmt wurde (179).

Leistungen würdigen

Um Kinder auf ihren Lernwegen zu fördern, müssen sie in ihrem Entwicklungsprozess ermutigend begleitet werden. Ein zeitgemäßer Mathematikunterricht benötigt demnach veränderte Formen der Leistungsfeststellung, um die Leistungen der Kinder angemessen festzustellen, zu würdigen und zu beurteilen.

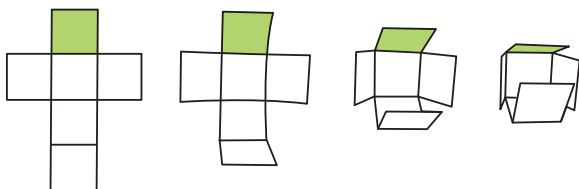
Hier werden Beispiele für einen veränderten Umgang mit den Leistungen der Kinder aufgezeigt (112).

Leistungsfeststellung im Mathematikunterricht sollte sein:



1. kompetenzorientiert,
2. kontinuierlich,
3. prozessorientiert,
4. transparent,
5. informativ,
6. differenziert und
7. umfassend.

In diesem Bereich wird sich mit den Vorgehens- und Denkweisen von Schülerinnen und Schülern bei nicht-arithmetischen Aufgabenstellungen befasst. Hier werden geometrische Themen und Textaufgaben aufgegriffen und anhand von Beispielen und Schülerdokumenten verdeutlicht, wie Kinder bei diesen Themen vorgehen (161).



Würfelnetze

Das Leben in einer dreidimensionalen Welt verlangt räumliche Gegebenheiten wahrzunehmen, diese in der Vorstellung zu „sehen“, sie mental zu bewegen und umzusortieren. Diese Fähigkeiten

können allerdings nicht als selbstverständlich vorausgesetzt werden. Vielmehr durchlaufen sie insbesondere im Grundschulalter einen Entwicklungsprozess, der durch geeignete Lernanlässe angeregt und gefördert werden muss. Auf dieser Seite wird exemplarisch gezeigt, wie das Raumvorstellungsvermögen mit Hilfe des

Achsensymmetrie

Achsensymmetrie ist ein zentrales Thema des Geometrieunterrichts, nicht nur in der Grundschule. Am Beispiel des Spiegeltangrams wird aufgezeigt, wie Kinder ihr geometrisches Wissen anwenden und erweitern und dass es vielfältige Strategien gibt, geometrische Aufgabenstellungen zu lösen (140).

Kapitänsaufgaben

Stellt man Kindern solche Aufgaben, neigen sie dazu, die angegebenen Zahlenwerte zu addieren und als Antwort „36 Jahre“ anzugeben. Schalten die Schülerinnen und Schüler mit Beginn einer Mathematikstunde ihr Gehirn aus? Ein genauer Blick auf das, was die Kinder sich bei der Bearbeitung von Kapitänsaufgaben überlegen, scheint unverzichtbar (120).

Auf einem Schiff sind 26 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Kapitän?

Zeitungsmathematik

Viele Kinder scheinen ihren gesunden Menschenverstand außer Acht zu lassen, wenn es um die Bearbeitung von Textaufgaben geht. Dies ist meist darauf zurückzuführen, dass beim schulischen Sachrechnen die Sache häufig nichts zur Sache tut. Was genau damit gemeint ist und wie ein sinnvoller Einbezug von Texten aussehen

kann, erfahren Sie auf dieser Seite am Beispiel des Aufgabenformats „Kann das stimmen?“ (126).

Stützpunktvorstellungen

Der Bereich Größen ist ein wesentlicher Bestandteil des Mathematikunterrichts in der Grundschule. Er umfasst allerdings weit mehr als das Messen und das Rechnen mit Größen. Eine besondere Bedeutung kommt den mentalen Repräsentanten, den sogenannten Stützpunktvorstellungen von Größen zu. Was genau darunter zu verstehen ist, wie sich diese entwickeln und warum ihnen eine so große Bedeutung zukommt, erfahren Sie hier (087).

Knobelaufgaben

Denkt man beim Thema Sachaufgaben an die eigene Schulzeit zurück, so erinnert man sich wohl hauptsächlich an die Art von Textaufgaben, bei denen es lediglich darum ging, Frage, Rechnung und Antwort zu notieren. Dass Sachaufgaben jedoch vielfältige Lösungswege und Kompetenzen der Kinder herausfordern und fördern können, soll hier aufgezeigt werden (154).

Wahrscheinlichkeiten einschätzen

Ob beim Glücksraddrehen auf der Kirmes oder beim „Mensch ärgere Dich nicht“-Spielen in der Familie: Glücksspiele und somit auch der Umgang mit Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten kommen im alltäglichen Leben vor. Dennoch sind sich viele Kinder und auch Erwachsene häufig nicht darüber bewusst, dass hinter dem Zufall Regelmäßigkeiten stecken. Welches Wissen und welche Strategien Kinder mitbringen, um Wahrscheinlichkeiten einzuschätzen, wird auf dieser Seite gezeigt (136).

Aber bei mir kam beim Würfelspiel dreimal die 6 hintereinander. Also ist die 6 eher wahrscheinlich.



Gewinnwahrscheinlichkeiten

Wahrscheinlichkeiten sind auch in der Grundschule ein Thema. Am Ende der vierten Klasse sollen die Kinder Grundbegriffe wie sicher, unmöglich und wahrscheinlich kennen und Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen können. Um dies zu gewährleisten, ist es wichtig, Kindern die Möglichkeit zu geben, Erfahrungen zu diesem Thema zu machen. Dazu bieten sich beispielsweise einfache Glücksspiele an (167).

In diesem Bereich sind einige Seiten zusammengefasst, die sich damit befassen, wie sich Kinder im Vor- und frühen Grundschulalter mit arithmetischen Aufgaben auseinandersetzen. Es wird gezeigt, wie Kinder auf ihrem jeweiligen Entwicklungsniveau gefordert und gefördert werden können und dass Kinder bei der Einführung eines neuen Themas schon Vorerfahrungen mitbringen, auf die aufgebaut werden muss (077).



Fordern und fördern am Beispiel Nim-Spiel

Auf dieser Seite wird am Beispiel des Nim-Spiels verdeutlicht, wie mathematische Frühförderung gelingen kann, ohne dass Mathematik durch einen künstlichen, unterhaltsamen, spaßigen Rahmen erst interessant gemacht werden muss. Mathematik kann aus der Sache heraus Freude bereiten und spielerisch sein. In den zu sehenden Videos werden Kinder des Elementarbereichs aufgefordert, mathematische Entdeckungen zu beschreiben und zu begründen (142).

Zählvorkenntnisse

Es wäre ein Irrtum anzunehmen, dass Schulanfänger ohne mathematische Vorerfahrungen in die Schule kommen. Kinder verfügen bereits zu Schulbeginn über verschiedene mathematische Fähigkeiten, an die der Anfangsunterricht anknüpfen muss. Schulanfänger sind keine Lernanfänger! Auf dieser Seite können Sie einen Einblick in die mathematischen Vorerfahrungen von Schulanfängern gewinnen (143).



Rechenfähigkeit am Beispiel der Schachtelaufgaben

Schriftliche oder auch mündliche Standortbestimmungen zu Beginn der ersten Klasse geben der Lehrperson einen Überblick über das schon vorherrschende Spektrum an Rechenfähigkeiten der Schulanfänger. Allerdings birgt es auch die Gefahr einer „Kompetenz-Euphorie“ von Seiten der Lehrperson. Tatsächlich sind die Vorkenntnisse der Kinder aber sehr heterogen, wie Sie hier am Beispiel der Schachtelaufgaben sehen werden (144).

Rechnen im 20er-Raum

Dieses Kapitel bietet Ihnen Einsicht in die Vorgehensweisen von Erstklässlern bei der Bearbeitung von Additions- und Subtraktionsaufgaben. Vollziehen Sie

die verschiedenen Strategien der Kinder beim Lösen der Aufgaben nach und verdeutlichen Sie sich die Vielfalt an Vorgehensweisen, welche dieses Themengebiet mit sich bringt (133).

Bildliche Darstellungen

Im mathematischen Anfangsunterricht ist, neben dem handelnden Umgang mit Materialien oder konkreten Erfahrungen, zunächst das Arbeiten mit bildlichen Darstellungen ein wichtiges Mittel, um Zahl- und Operationsvorstellungen zu entwickeln. Worauf man beim Einsatz bildlicher Darstellungen jedoch achten sollte und welche Schwierigkeiten dabei auftreten können, wird hier illustriert (145).



Orientierung im 100er-Raum

Um sich in einem neuen Zahlenraum sicher bewegen und rechnen zu können, müssen Kinder eine Reihe von Kompetenzen beherrschen. Dabei werden nicht nur Vorkenntnisse und Schwierigkeiten, sondern auch Lernentwicklungen der Kinder deutlich (128).

Stellenwertverständnis

Wie gehen Kinder mit ungewohnten Darstellungen von Zahlen in der Stellenwerttafel um? Wie werden Zahlen, die mit Hilfe von Anschauungsmaterialien dargestellt sind, von Kindern interpretiert? Welche Strategien haben Kinder beim Bündeln und Entbündeln von Zahlen entwickelt? Diese Fragen werden hier exemplarisch beantwortet und Lösungswege von Kindern der dritten und vierten Klasse vorgestellt (182).

T	H	Z	E
3		8	2

382

Halbschriftliche Addition

Das halbschriftliche Rechnen stellt neben dem mündlichen und schriftlichen Rechnen eine dritte wichtige Rechenmethode dar, welche sich nicht durch eine einheitliche Vorgehensweise auszeichnet. Halbschriftliche Rechenwege sind oftmals von Kind zu Kind verschieden, dennoch gibt es typische halbschriftliche Strategien. Aus diesem Grund werden Ihnen hier typische Charakteristika anhand von Videos und Schülerdokumenten präsentiert, die Ihnen das Verständnis der Vorgehensweisen der Schülerinnen und Schüler erleichtert (061).

Halbschriftliche Subtraktion

Hier erhalten Sie die Möglichkeit, sich mit Vorgehensweisen von Grundschüler-

innen und Grundschulern bei Aufgaben zur halbschriftlichen Subtraktion auseinanderzusetzen. Anhand von Schülerdokumenten und Videos werden Einblicke in deren Vorgehensweisen gegeben und charakteristische Schwierigkeiten näher betrachtet (062).

Ani:  5 · 2 = 10

Operationsverständnis der Multiplikation

Die Multiplikation stellt eine der vier Grundrechenarten der Mathematik dar. Auf dieser Seite sollen Beispiele dafür gegeben werden, wie Kinder des zweiten und dritten Schuljahres ausgewählte Aufgaben bearbeitet haben, und aufzeigen, inwieweit sie über ein Operationsverständnis zur Multiplikation verfügen (180).

Multiplikation und Division

Auch wenn ab Mitte des zweiten Schuljahres Multiplikation und Division thematisiert werden, können die Kinder häufig schon mehr als erwartet. Deshalb gilt es zu Beginn der Einführung mithilfe geeigneter Aufgaben die Standorte der Kinder zu bestimmen, um an die Vorkenntnisse anknüpfen und diese ausbauen zu können. Auf dieser Seite wird deutlich, wie vielfältig und bemerkenswert die Lösungsstrategien der Kinder sein können, aber auch wie sich diese informellen Vorgehensweisen im Laufe der Zeit weiterentwickeln (151).

Operationsverständnis der Division

Die Division wird im schulischen Kontext meistens nach der Behandlung von Addition, Subtraktion und Multiplikation thematisiert. Auf dieser Seite sollen Beispiele dafür gegeben werden, wie Kinder des zweiten und dritten Schuljahres ausgewählte Aufgaben bearbeitet haben, und aufzeigen, inwieweit sie über ein Operationsverständnis zur Division verfügen (181).

Wie glauben Sie könnte die Rechengeschichte gelaute haben?



Aufteilen und Verteilen

Divisionsaufgaben können mit zwei verschiedenen Grundvorstellungen bearbeitet werden. Je nach Aufgabenformat liegt es nahe, aufteilend oder verteilend eine Lösung zu ermitteln. Aber auch Zahlenwerte können einen Einfluss auf die Wahl der Grundvorstellung haben. Hier bekommen Sie die Gelegenheit, den Unterschied zwischen aufteilendem und verteilendem Rechnen selbst zu erkunden, Vorgehensweisen von Kindern zu beobachten und zu hinterfragen (148).

Im Bereich „Arithmetik im 3. und 4. Schuljahr“ werden unter anderem die schriftlichen Rechenverfahren und die halbschriftlichen Rechenstrategien thematisiert. Neben dem Algorithmusverständnis der Schülerinnen und Schüler werden beispielsweise auch häufig vorkommende Fehlermuster anhand von Beispielen und Schülerdokumenten beschrieben (163).

Schriftliche Addition

Auf dieser Seite bekommen Sie wesentliche Hintergrundinformationen zum Thema schriftliche Addition und einen Überblick über wichtige Voraussetzungen zur Einführung des Themas. Außerdem werden Sie mit den typischen Fehlermustern der schriftlichen Addition vertraut gemacht, sodass Sie im Anschluss daran ihren kompetenzorientierten Blick und ihre Diagnosefähigkeit anhand verschiedener Schülerdokumente testen können (063).

Schriftliche Subtraktion

Um Kinder in ihrem Lernen zu unterstützen und weiterzubringen, ist es nötig, sich in ihre individuellen Denkwege hineinzuversetzen. Dies gilt besonders, wenn die Kinder ganz andere Vorstellungen von bestimmten mathematischen Sachverhalten haben als Erwachsene und diese Vorstellungen zu Fehlern führen. Wie solche Fehlvorstellungen aussehen können, und dass diese häufig trotzdem nachvollziehbar sind, zeigen wir auf dieser Seite am Beispiel der schriftlichen Subtraktion (sub).

Verstehen Sie, wie Bea zu ihrer Lösung kommt?

$$\begin{array}{r} 713 \\ - 281 \\ \hline 532 \end{array}$$

Halbschriftliche Multiplikation

Die halbschriftliche Multiplikation ist ab dem 3. Schuljahr ein wichtiges Thema des Mathematikunterrichts. Es werden verschiedene Vorgehensweisen und typische Fehler bei der halbschriftlichen Multiplikation dargestellt sowie anhand vieler Schülerdokumente illustriert (137).

Schrittweise:

$$\begin{array}{l} 5 \cdot 34 = 170 \\ 5 \cdot 30 = 150 \\ 5 \cdot 4 = 20 \end{array}$$

Halbschriftliche Division

Die Bildungsstandards für das Fach Mathematik verlangen, dass die Kinder halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden können. Die Besonderheiten der Zahlen sollen ausgenutzt und ver-

schiedene Rechenstrategien flexibel angewandt werden. Auf dieser Seite werden verschiedene Vorgehensweisen von Kindern bei Aufgaben zur halbschriftlichen Division vorgestellt (138).

Addition im Tausenderbuch: Drittklässler entwickeln flexible Rechentricks

„Kinder rechnen anders als andere Kinder.“ Dieser Satz bringt zum Ausdruck, was wahrscheinlich jede Lehrperson täglich herausfordert und fasziniert: die heterogenen Rechenwege und Rechenkompetenzen der Kinder. Wie kann es aber gelingen, dass Kinder ausgehend von eigenen Rechenwegen neue kennenlernen, verstehen und diese dann auch flexibel nutzen? (141).

Wie ist Marleen
zum Ergebnis 33706
gekommen?

$$\begin{array}{r} 643 \cdot 52 \\ \hline 1286 \\ 32150 \\ \hline 33706 \end{array}$$

Schriftliche Multiplikation

Um Kinder in ihrem Lernen zu unterstützen, ist es nötig, sich in ihre individuellen Denkwege hineinzusetzen. Kinder können ganz andere Vorstellungen von bestimmten mathematischen Sachverhalten haben als Erwachsene, und diese Vorstellungen können dann zu Fehlern führen. Wie solche Fehlvorstellungen aussehen können, und dass hinter ihnen oftmals richtige Ideen stecken, wird auf dieser Seite anhand der schriftlichen Multiplikation gezeigt (134).

Wie kommt Burak zu seinem
Ergebnis 1613?

$$\begin{array}{r} b) \quad 1211 : 7 = 1613 \\ \underline{7} \\ 51 \\ \underline{42} \\ 91 \\ \underline{84} \\ 70 \end{array}$$

Schriftliche Division

Die schriftliche Division ist in vielen Bundesländern ab dem zweiten Halbjahr des 4. Schuljahres ein Thema des Mathematikunterrichts, und wie bei allen anderen schriftlichen Algorithmen treten auch bei diesem Algorithmus spezifische Probleme und Fehler auf. Typische Fehler und deren Entstehung bei der schriftlichen Division werden hier vorgestellt (135).

Null: nichts – oder nicht?

Die Null ist eine besondere Zahl. Ob geschichtlich betrachtet, im alltäglichen Sprachgebrauch oder beim Rechnen: Sie unterscheidet sich von den anderen Zahlen und stellt deshalb Kinder im Mathematikunterricht

Überlegen Sie, wie Sie
einem Kindergartenkind
erklären würden, was die
Null bedeutet.



immer wieder vor Herausforderungen. Was genau die Null so besonders macht, und wie die Kinder mit diesen Besonderheiten umgehen, erfahren Sie auf dieser Seite (132).

Überschlagsrechnen

In den vergangenen Jahren wurde immer wieder eine stärkere Betonung des Überschlagsrechnens gefordert. In diesem Kapitel werden wesentliche Aspekte des Überschlagsrechnens dargestellt und der Eigenwert dieses Themas aufgezeigt. Am Beispiel der Aufgabenformate „Wie viel ungefähr?“ und „Reicht das Geld?“ werden verschiedene Überschlagsstrategien, die über das Runden hinaus gehen, sowie mögliche Fehler beim Überschlagsrechnen thematisiert (158).

„In nichts zeigt sich der Mangel an mathematischer Bildung mehr als in einer übertrieben genauen Rechnung.“

Carl Friedrich Gauß

Finden Sie möglichst viele verschiedene Überschlagsrechnungen zu folgender Aufgabe:

$23,52 + 22,99 + 24,36 \approx$

Division mit Rest

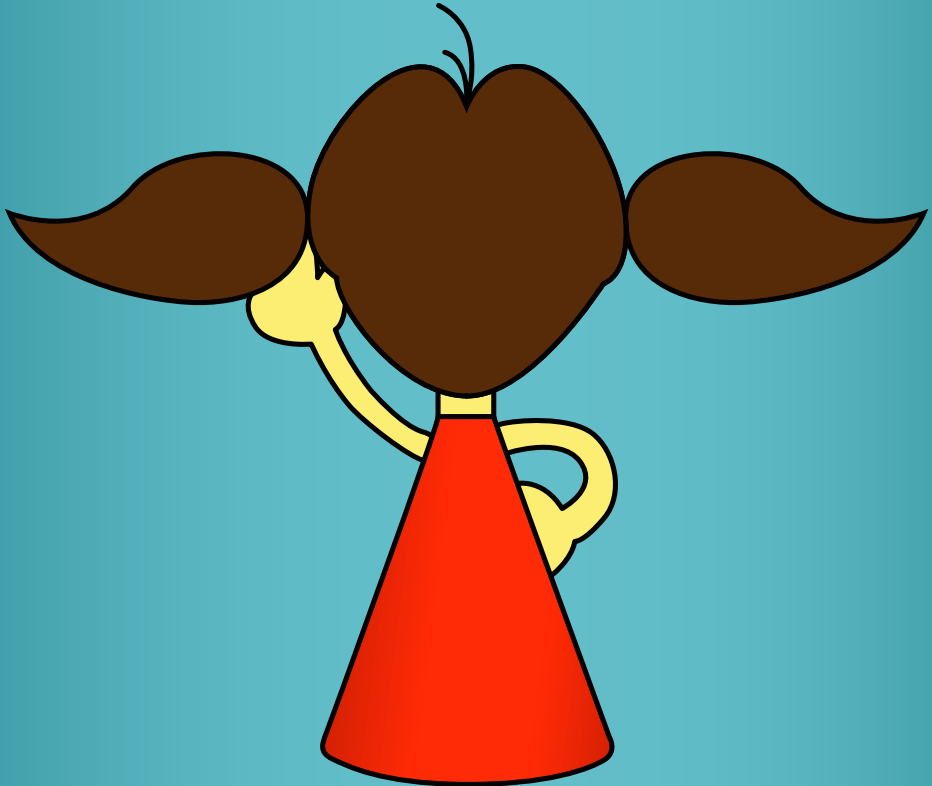
Kinder gehen mit Textaufgaben oft schematisch um. Sie schalten ihren gesunden Menschenverstand im schulischen Sachrechnen scheinbar aus. Allerdings müssen wir Erwachsene bei der Interpretation der Kinderlösungen aufpassen, denn nicht selten steckt hinter den Lösungen der Schüler mehr, als es auf den ersten Blick erscheint.

Hier können Sie interessante und auch verblüffende Schülerlösungen zu Textaufgaben zur Division mit Rest sehen, und Sie werden wieder einmal erfahren, dass Kinder manchmal einfach anders denken (149).



Zu einem Elternabend kommen 81 Eltern. Es können immer 6 Eltern an einem Tisch sitzen. Wie viele Tische werden benötigt? Der Erstklässler Max hat die Aufgabe wie folgt gelöst:

Handwritten student solution for the division problem: 81 parents, 6 per table. The student lists 13 tables with 6 parents each (72) and 3 parents left over. The final conclusion is written at the bottom: 3 Eltern müssen stehen.



Projekt **KIRA**

Christoph Selter, Technische Universität Dortmund
Institut für Entwicklung und Erforschung des Mathematikunterrichts
Vogelpothsweg 87, 44221 Dortmund