



Thema: „Orientierung in neuen Zahlräumen – Interpretationen bildlicher Darstellungen“

Zeitpunkt: 1./2. Schuljahr
zeitlicher Umfang: ca. 30 Minuten
Material: Aufgabenkarten (Sachbilder, „didaktische Darstellungen“, Rechenaufgaben), leere Blätter, Eddings

Hintergrundwissen

Eine wesentliche Aufgabe des Mathematikunterrichts in der Grundschule ist der Aufbau grundlegender Zahl- und Operationsvorstellungen. Dafür ist ein sicheres Bewegen auf und zwischen allen Darstellungsebenen (handelnd, bildlich, und symbolisch/sprachlich) unumgänglich.

Gerade im mathematischen Anfangsunterricht ist daher, neben dem handelnden Umgang mit Materialien oder konkreten Erfahrungen, zunächst das Arbeiten mit bildlichen Darstellungen ein wichtiges Mittel, um Zahl- und Operationsvorstellungen zu entwickeln.

„Mathematische Begriffe und Operationen können durch Handlungen mit Material, durch Bilder, Sprache und mathematische Symbole dargestellt werden. Die verschiedenen Darstellungen stellen einerseits eine wichtige Lernhilfe dar, andererseits sind sie aber auch Lerngegenstand mit eigenen Anforderungen für die Schülerinnen und Schüler, die Bedeutungen und Formen des Gebrauchs erlernen müssen.“ (MSW NRW 2008, S. 55)

Bildliche Darstellungen

In den Schulbüchern findet man eine Vielzahl an bildlichen Darstellungen, die Zahlen und Operationen über konkrete Dinge oder Situationen veranschaulichen. Der Einsatz dieser Veranschaulichungen ist in der Grundschule unentbehrlich, bedarf aber großer Sensibilität und Bewusstheit. Diesbezüglich sollen an dieser Stelle zwei Aspekte näher betrachtet werden:

Veranschaulichungen sind selbst neuer Lernstoff

Schipper (vgl. Schipper 1984) unterscheidet zwischen Darstellungen, die reale Situationen (Sachbilder) abbilden und solchen, die eher didaktisches Material sind (z.B. Zwanzigerfeld, Zahlenstrahl, ...). Letztere interpretieren Kinder vor allem dann „richtig“, wenn die entsprechenden Darstellungen im Unterricht thematisiert, also erlernt wurden. Eine Untersuchung, die Schipper bereits im Jahre 1981 mit 109 Schülern des 1. Schuljahres durchführte, zeigte, dass diese Art von Veranschaulichungen selbst einen neuen Lernstoff darstellen, der zwar erlernt werden kann, zuvor aber auch erlernt werden muss. Gerade für leistungsschwache Kinder bedeuten Veranschaulichungen oftmals einen zusätzlichen Unterrichtsstoff. Obwohl ihnen die Veranschaulichungen doch eigentlich helfen sollen, sind diese Kinder im Umgang mit ihnen überfordert - neue Verstehens- und Begründungsprobleme können dadurch ausgelöst werden. Wichtig ist deshalb, als Lehrkraft abzuschätzen, ob Veranschaulichungen für alle Kinder hilfreich und nötig sind. Vor allem sollte sie aus der Vielzahl an Veranschaulichungen (nicht gleichzusetzen mit dem Wechsel der Darstellungsebenen) diejenigen auswählen, welche für das jeweilige Schulbuch zentral sind (in einem guten Schulbuch sollte das didaktische Material im Sinne des Spiralprinzips vom ersten bis ins vierte Schuljahr einsetzbar sein und entsprechend aufeinander aufbauen). Ansonsten kann leicht die „Gefahr der Überanschaulichkeit“ bestehen (Schipper 1984, S. 54).

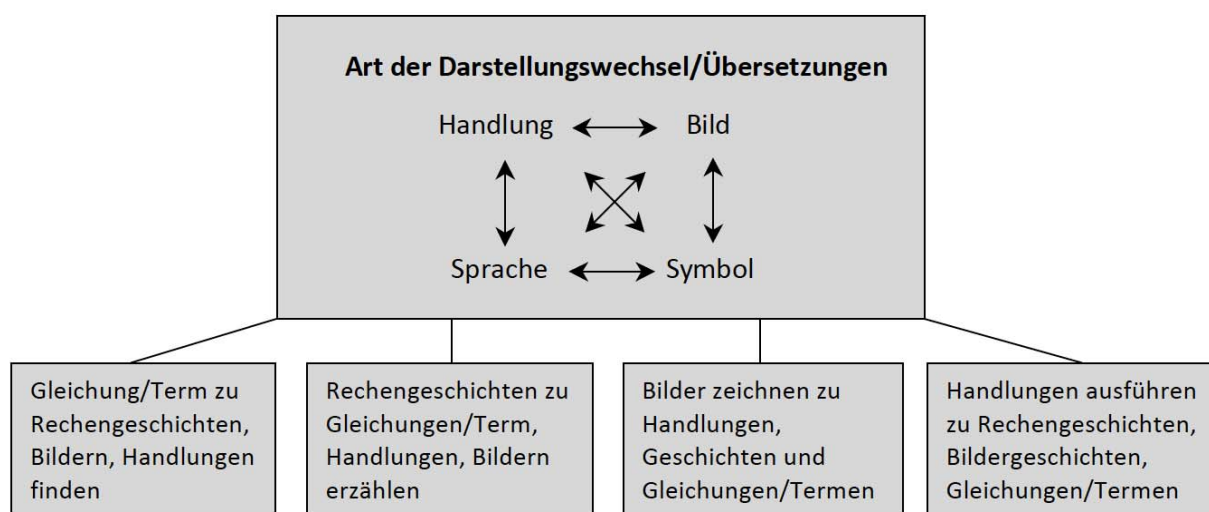
Veranschaulichungen sind prinzipiell mehrdeutig

Auch Sachbilder sind nicht immer selbsterklärend und eindeutig. So findet man in vielen Schulbüchern solche Sachbilder, mit denen beabsichtigt wird, wie selbstverständlich eine bestimmte Deutung des Bildes in Form eines Zahlensatzes bei den Kindern hervorzurufen. Sie sind oftmals jedoch so mehrdeutig, dass die Lehrererwartungen, die hinter dem Betrachten eines Sachbildes stecken sollten, von der spontanen Reaktion der Kinder geradezu abweichen müssen. Krauthausen spricht hier auch von einer „Deutungsdifferenz“ (Krauthausen 1998, S. 133).

Während der „Sinn“ eines solchen Bildes für die Lehrkraft augenfällig ist, fällt den Kindern jedoch oft viel mehr dazu ein. Sie beschränken sich nicht auf das „Wesentliche“ (die Zahlen), sondern erzählen (an ihre Lebenswirklichkeit anknüpfend), welche Dinge ihnen an diesem Bild wichtig sind (vgl. Lorenz 1998, S.143). Kinder verbleiben also oftmals mit ihren Antworten/Interpretationen im Bildkontext oder lesen einfach nur nicht diesen einen bestimmten (gesuchten) Zahlensatz ab. Demnach bringen sie nicht die von der Lehrkraft erwartete arithmetische Antwort/Interpretation.

Traditionell wird bspw. die Addition durch Sachbilder, die das Hinzufügen oder Zusammenfügen bestimmter Dinge beinhalten veranschaulicht, während die Subtraktion durch das Wegfliegen, leer sein oder abgetrennt dargestellt wird (in den Bildern bereits von links nach rechts angeordnet). Laut Steinbring wird so „das Zahlenbild [...] zu einer methodischen Ikone, deren korrekte Les- und Interpretationsweise im Unterricht geübt und verinnerlicht wird.“ (Steinbring 1994, S. 184). Es handelt sich also lediglich um eine „Verkleidung“ arithmetischer Zusammenhänge.

Radatz (vgl. Radatz 1989 und 1991) hat desweiteren festgestellt, dass leistungsstarke SuS in Mathematik zu vorgegebenen Zahlen oder Gleichungen häufiger Bildgeschichten und adäquate Mengenoperationen als leistungsschwache SuS zeichnen. Letztere übertragen oftmals die Rechenaufgaben nur in ein anderes Symbolsystem ohne eine erkennbare Operationsvorstellung. Während leistungsstarke Kinder über verschiedenste Zahl- und Operationsvorstellungen verfügen und sie zwischen den einzelnen Darstellungsebenen relativ leicht hin- und her übersetzen können, fehlt den leistungsschwachen SuS i.d.R. dieser verständige Umgang. Für sie sind Zahlen und Operationen lediglich Symbole, die sie benutzen, die aber keine Bedeutung für sie haben.



(vgl. Kaufmann & Wessolowski 2006, S. 25)

Allgemeine Hinweise

Die im Leitfaden angegebenen Formulierungsvorschläge können während des Interviews als Orientierungshilfe dienen. Die Fragestellungen müssen jedoch ggf. dem Kind angepasst werden.


Bei den im Interview verwendeten bildlichen Darstellungen wurde sich an typischen bildlichen Darstellungen aus Mathematikbüchern für das erste Schuljahr orientiert. Beschränkt wurde sich hierbei auf Veranschaulichungen einfacher Additions- und Subtraktionsgleichungen. Einige dieser Darstellungen (didaktisches Material, vgl. oben) werden den Kindern möglicherweise nicht vertraut sein, es wird deshalb in Aufgabe 2 vorab gefragt, ob die Kinder diese Darstellung kennen. Auch bei Verneinung wird das Interview jedoch wie beschrieben fortgeführt.

Den Kindern sollten die Operationen Addition und Subtraktion bereits bekannt sein, um fehlerhafte Zuordnungen nicht auf fehlende Grundvorstellungen zurückzuführen.

Falls Kinder Schwierigkeiten haben, passende Rechenaufgaben zu einer bildlichen Darstellung zu finden, wird die intendierte Aufgabenstellung den Kindern mündlich als Textaufgabe gestellt, um sicherzustellen, dass die Kinder diese Aufgaben eigentlich schon rechnen können.

Falls noch Zeit sein sollte und das Kind genügend Ausdauer hat oder ein Kind bei Aufgabe 1-3 besonders interessante Auffälligkeiten zeigt, können zusätzlich zu Aufgabe 1-3 noch die * **Aufgaben** bearbeitet werden.

Das Interview

<p>Aufgabe 1: Übersetzungen von der symbolischen in die ikonische Darstellungsebene (Konkretisierung)</p>	<p>Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen</p>
<p>„Male/Zeichne ein Bild zu der Aufgabe _____. Auch ein chinesisches Kind, das unsere Zahlen und Buchstaben nicht kennt, soll es verstehen können.“</p> <ul style="list-style-type: none"> • $7 - 2 = 5$ • $4 + 3 = 7$ 	<ul style="list-style-type: none"> • Welche Vorstellungen bzw. Vorstellungsbilder haben die Kinder zu den jeweiligen Rechenoperationen? • Sind diese Vorstellungen „Abbilder“ bildlicher Darstellungen des eigenen Unterrichts? • Sind Unterschiede zu beobachten hinsichtlich der mathematischen Fähigkeit der Kinder? <p>Erfahrungsgemäß sind folgende Darstellungen der Kinder zu erwarten, die Radatz in vier Hauptklassen einteilt:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Die Kinder stellen die Rechenaufgabe durch Handlungen oder Bildgeschichten dar. 2. Die Kinder stellen die Additionsaufgaben im Sinne des Vereinigens, Hinzukommens ... und die Subtraktionsaufgaben im Sinne des Restmengenbildens, Wegfliegens, Zerbrechens, Wegstreichens ... dar. (Diese Darstellungen lehnen sich oftmals sehr an die Veranschaulichungen des im Unterricht verwendeten Schulbuches an.) 3. Die Kinder übertragen die Rechenaufgabe in eine entsprechende Symbolform, ohne die Operation dabei deutlich zu machen. (Teilweise erfinden sie dabei auch neue Symbole für das Operations- und das Gleichheitszeichen). 4. Die Kinder wählen solche Darstellungen, die nicht eindeutig interpretierbar sind. <p>(vgl. Radatz 1989)</p>
<p>Aufgabe 2: Sachbild: Übersetzung von der ikonischen in die symbolische Darstellungsebene (Abstrahierung)</p>	<p>Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen</p>
<p>Addition</p>  <p>(Hier können noch weitere Sachbilder aus Schulbüchern hinzugenommen werden.)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. „Schreibe zu diesem Bild die passende Rechenaufgabe.“ 2. „Warum passt die Rechenaufgabe zu dem Bild?“ 	<ul style="list-style-type: none"> • Lässt sich das Kind überhaupt auf einen arithmetischen Zusammenhang ein oder verbleibt es auf der Sachebene? • Passt die gefundene Rechenaufgabe zu dem Bild? • Wurde die Darstellung im Sinne der intendierten Aufgabenstellung (vom Bild abhängig) verwendet? • Wie erklärt das Kind die Beziehung zwischen dem Bild und seiner Rechenaufgabe? (z.B. innerhalb des Kontextes/der Situation des Bildes; rein arithmetisch; sehr phantasievoll, so dass die Rechenaufgabe erst nach Erklärungen des Kindes nachvollziehbar ist) <p>Evtl. kognitiven Konflikt erzeugen:</p>



men werden.) 1. „Hast du so ein Bild vorher schon einmal gesehen, z.B. im Matheunterricht?“ 2. „Schreibe zu diesem Bild die passende Rechenaufgabe.“ 3. „Warum passt die Rechenaufgabe zu dem Bild?“	
* Aufgabe: Übersetzung von der ikonischen in die symbolische Darstellungsebene (Abstrahierung)	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
(Weitere) Bildliche Darstellungen, die mehrere Deutungen zulassen (siehe Schulbücher). 1. „Finde zu diesem Bild möglichst viele Rechenaufgaben, die passen.“ 2. „Erkläre mir, warum all die Rechenaufgaben passen.“	<ul style="list-style-type: none">• Sieht das Kind verschiedene Rechenaufgaben in dem Bild? Falls Zeit dafür ist: Erklärungen der Kinder evtl. auch aufschreiben lassen.
Verschiedene bildl. Darstellungen, die alle nahe an einer bestimmten Aufgabe liegen, aber nur ein Bild wirklich zu dieser Aufgabe passt (siehe Schulbücher). 1. „Welches Bild passt zu der Aufgabe $5-2=3$?“ 2. „Warum passt dieses Bild gut zu der Rechenaufgabe?“ 3. „Warum passen die anderen nicht?“	Hier soll das Kind aus mehreren vorgelegten Bildern das aussuchen, das zu der Rechnung passt. <ul style="list-style-type: none">• Passt das ausgewählte Bild zu der Rechenaufgabe?• Wie erklärt das Kind die Beziehung zwischen dem Bild und der Rechenaufgabe? (z.B. innerhalb des Kontextes/der Situation des Bildes; rein arithmetisch; sehr phantasievoll, so dass die Rechenaufgabe erst nach Erklärungen des Kindes nachvollziehbar ist)

Literatur

Kaufmann, S. & Wessolowski, S. (2006): Rechenstörungen. Diagnose und Förderbausteine. Seelze: Klett, Kallmeyer.

Krauthausen, G. (1998): Lernen - Lehren - Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig: Klett, S.128 ff.

Lorenz, J. H. (1998): Anschauung und Veranschaulichungsmittel im Mathematikunterricht. Mentales visuelles Operieren und Rechenleistung. 2. unveränd. Aufl. Göttingen: Hogrefe.

Ministerium für Schule und Weiterbildung NRW (Hrsg.) (2008): Lehrplan Mathematik für die Grundschulen des Landes NRW.

Radatz, H. (1989): Schülervorstellungen von Zahlen und elementaren Rechenoperationen. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 1989. Bad Salzdetfurth: Franzbecker, S. 306-309.

Radatz, H. (1991): Einige Beobachtungen bei rechenschwachen Grundschulern. In: Jens Holger Lorenz (Hrsg.): Störungen beim Mathematiklernen. Köln: Aulis, S. 74-89.

Schipper, W. & Hülshoff, A. (1984): Wie anschaulich sind Veranschaulichungshilfen? In: Grundschule. 16 (4), S. 54-56.

Steinbring, H. (1994): Frosch, Känguruh und Zehnerübergang. In: H. Maier & J. Voigt (Hrsg.): Verstehen und Verständigung. Köln: Aulis, S. 182-217.











Weiterführende Literatur

Bönig, D. (1995): Multiplikation und Division. Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis. New York: Waxmann.

Lorenz, J. H. (1993): Mathematik und Anschauung. Untersuchungen zum Mathematikunterricht. Köln: Aulis.

Laferi, M. (2009): Zahl- und Operationsvorstellungen: In: H. Bartnitzky; H. Brügelmann u.a. (Hrsg.): Kursbuch Grundschule. Frankfurt a.M.: Grundschulverband, S. 568-569.

Übersicht der Aufgaben

Aufgabe	Intendierter Zahlensatz (laut Schulbuch)
$7 - 2 = 5$	X
$4 + 3 = 7$	X
	$5 + 4 = 9$
	$2 + 5 = 7$
	$9 - 4 = 5$
	$6 - 6 = 0$
	$9 - 2 = 7$
	$4 - 3 = 1$
	$1 = 4 - 3$
	$9 + 5 = 14$
	$5 + 6 = 11$
	$7 + 2 = 9$
	$9 + 4 = 13$
	$14 - 2 = 12$
	$12 - 4 = 8$
	$5 - 4 = 1$
	$4 - 3 = 1$
	$10 - 6 = 4$
Weitere bildliche Darstellungen, die mehrere Deutungen zulassen.	Verschiedene Möglichkeiten (sollten Kinder aber begründen können)
Verschiedene bildl. Darstellungen, die alle nah an einer bestimmten Aufgabe liegen, aber nur ein Bild wirklich zu dieser Aufgabe passt.	z.B. $5 - 2 = 3$