



Thema: „Schriftliche Multiplikation“

Zeitpunkt: ab Ende 4. Schuljahr
zeitlicher Umfang: circa 20 Minuten
Material: Aufgabenkarten, Papier (Din A4), Schwarzer Edding

Hintergrundwissen:

Das Verfahren der schriftlichen Multiplikation lässt sich nicht direkt aus den halbschriftlichen Verfahren ableiten. Dennoch ist es wichtig, bei der Einführung der schriftlichen Multiplikationen auf die Vorkenntnisse/Lösungswege der Schülerinnen und Schüler einzugehen, damit sie das Verfahren nicht nur automatisiert anwenden, sondern den Schritt vom Zahlenrechnen zum Ziffernrechnen nachvollziehen können und somit wie vom Lehrplan 2008 vorgesehen, die schriftliche Multiplikation (auch mit mehrstelligen Faktoren) erläutern können, „(...) indem sie die einzelnen Rechenschritte an Beispielen in nachvollziehbarer Weise beschreiben“ (MSW, LP 2008, S. 65). Neben dem Verständnis bzw. der Einsicht in das Ziffernrechnungsverfahren, ist das sichere Ausführen der schriftlichen Multiplikation ein weiteres Ziel des Unterrichts (vgl. a. a. O.).

Dabei ist weder Rechenrichtung, Sprechweise noch der Umgang mit dem Übertrag vorgeschrieben. Folgende Möglichkeiten sind denkbar:

Aufgabenbeispiel: $314 \cdot 28$

- Rechenrichtung: Zehner des Multiplikanden zuerst oder Einer des Multiplikanden zuerst
- Sprechweise: $2 \cdot 4$ oder $4 \cdot 2$
- Umgang mit dem Übertrag: Der Übertrag wird...
 - ... im Kopf behalten
 - ... mit Hilfe der Finger behalten
 - ... auf dem Blatt notiert
 - ... in die Aufgabe geschrieben

Eine Schwierigkeit besteht darin, dass beim schriftlichen Multiplizieren neben dem kleinen $1 \cdot 1$ auch das Kleine $1+1$ benötigt wird, sobald der zweite Faktor mindestens zweistellig ist.

Ebenso schwierig ist bei der schriftlichen Multiplikation, dass gegen die gewohnte Lese- bzw. Rechenrichtung von rechts nach links gerechnet wird, da der Multiplikator rechts und der Multiplikand links notiert werden. Der Rechenrichtungswechsel muss im Unterricht thematisiert und ggf. vorgegeben werden.

Die im Folgenden dargestellten Hürden und typischen Fehler bei der schriftlichen Multiplikation, sollen Lehrpersonen einen Überblick geben und als Unterstützung dienen, die Schwierigkeiten und Fehlvorstellungen der Kinder im Zusammenhang mit der schriftlichen Multiplikation nachvollziehen zu können. Einige Fehler werden anhand von Schülerdokumenten und/oder Videos veranschaulicht.



Häufig auftretende Schwierigkeiten sind z.B.:

Fehlertypen	Beispiele/Erläuterung
Fehler mit der Null	
<ul style="list-style-type: none"> Einmaleinsfehler: $0 \times a = a$ 	$\begin{array}{r} 432 \cdot 40 \\ 1728 \\ \hline 432 \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> $a \times 0 = a$ 	$\begin{array}{r} 430 \cdot 42 \\ 1724 \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> Stellenwertfehler: Null im Multiplikator wird nicht beachtet Null im Multiplikanden wird nicht beachtet 	$\begin{array}{r} 432 \cdot 40 \\ 1728 \end{array}$ $\begin{array}{r} 204 \cdot 63 \\ 1440 \\ 72 \end{array}$
Fehler mit der Eins	
<ul style="list-style-type: none"> Einmaleinsfehler: $a \times 1 = 1$ 	$\begin{array}{r} 321 \cdot 24 \\ 641 \end{array}$
Stellenwertfehler	
<ul style="list-style-type: none"> die Teilprodukte werden falsch angeordnet oder unsauber aufgeschrieben: Ziffern stehen nicht in den Rechenkästchen 	$\begin{array}{r} 123 \cdot 45 \\ 492 \\ 615 \end{array} \quad \begin{array}{r} 123 \cdot 45 \\ 492 \\ 615 \end{array}$
Übertragsfehler	
<ul style="list-style-type: none"> die Übertragsziffer wird als zusätzliche Ziffer im Teilprodukt notiert 	$\begin{array}{r} 352 \cdot 44 \\ 12208 \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> Einerziffer statt Zehnerziffer als Übertragsziffer notiert 	$\begin{array}{r} 238 \times 234 \\ 543 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 \times 8 = 32, 3 \text{ aufschreiben, } 2 \text{ merken} \\ 4 \times 3 = 12, 12 + 2 = 14, \dots \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> Überträge bei der Multiplikation vergessen 	$\begin{array}{r} 426 \cdot 43 \\ 1684 \\ 1268 \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> Übertrag bei der Addition vergessen oder falsch 	$\begin{array}{r} 123 \cdot 45 \\ 492 \\ 615 \\ \hline 4535 \end{array}$
<ul style="list-style-type: none"> Überträge werden aufgeschrieben und falsch gedeutet 	$\begin{array}{r} 3 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7 \\ 6336 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7 \times 8 = 56, 7 \times (4 + 5) = 63, 7 \times (3 + 6) = 63 \end{array}$
Einmaleinsfehler unabhängig von Fehlern mit 0 und 1	
<ul style="list-style-type: none"> Einmaleinsfehler der Nähe: Ermitteln des Produkts über schrittweises Zählen und dabei +/- 1 Fehler bei ... ❖ ... der Anzahl der Teilschritte ❖ ... einzelnen Additionen 	$\begin{array}{l} 7 \cdot 8 = 48, 8 \cdot 6 = 42 \\ 7 \cdot 8 = 57, 7 \cdot 8 = 55 \end{array}$
Weitere Rechenfehler	
<ul style="list-style-type: none"> Rechenfehler der Nähe bei der Addition: das Ergebnis weicht +/- 1 (im Stellenwert) vom richtigen Ergebnis ab 	



Das Interview

Allgemeine Hinweise

Pro Aufgabentyp ist zunächst eine Aufgabe pro Kind vorgesehen (immer die oberste). Falls das Kind bei einem Aufgabentyp ein besonders interessantes Vorgehen zeigt oder nicht eindeutig ist, wie es vorgeht, können weitere Aufgaben des selben Typs (hellgrau) gestellt werden (Nur dann!). Die Sternchenaufgabe ist nur zu stellen, wenn noch genügend Zeit bleibt. Alle Aufgaben befinden sich auf Aufgabenkärtchen.

Im Interview soll es zum einen darum gehen zu schauen, wie die Kinder bei der schriftlichen Multiplikation vorgehen (**Welche Fehler machen sie?**). Zum anderen soll das Algorithmusverständnis hinterfragt werden.

Wegen der Vielzahl möglicher Fehler können die Formulierungsvorschläge nur als Orientierungshilfe dienen. Während des Interviews selbst müssen die Fragestellungen ggf. dem Kind angepasst werden.

Beobachtungshinweise:

Wie geht das Kind vor? (Rechenrichtung, Sprechweise)

Notiert das Kind die Teilergebnisse stellengerecht?

Addiert es die Teilergebnisse stellengerecht?

Wird die Aufgabe korrekt gelöst? Wenn nein, welche Fehler treten auf? (Warum?)

Wie geht das Kind mit den Überträgen um? Kann das Kind erklären, welche Bedeutung der Übertrag hat? Führt das Kind die Überträge korrekt aus?

Übergeordnete Fragen zum Verständnis des schriftlichen Algorithmus der Multiplikation:

- Kann das Kind erklären, warum es den niedrigen Stellenwert notiert und den höheren zum nächsten Stellenwert addiert (*InterviewerIn zeigt auf die Stelle mit dem Übertrag: z.B.: „Warum schreibst du die 1 hin und addierst/merkst dir die zwei?“*)
- Kann das Kind erklären, warum die Teilergebnisse schräg eingerückt (stellengerecht) notiert werden? („Warum schreibst du das nicht direkt untereinander?“)
- Kann das Kind erklären, warum die Teilergebnisse addiert werden? („Warum musst du die Zahlen addieren?“)
- Kann das Kind die Rechenrichtung von rechts nach links begründen? („Warum fängst du nicht vorne an zu rechnen?“)



Zentrale Aufgabenstellung:

Schreibe stellengerecht untereinander und rechne.

Thema 1: Kein Übertrag, keine Null

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
1. $232 \cdot 23$	Ist das Kind irritiert, dass keine Überträge vorkommen?

Thema 2: Zwei gleiche Ziffern nebeneinander

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
2. $249 \cdot 33$	Ist das Kind irritiert, dass zwei gleiche Teilergebnisse auftreten? Nutzt es das erste Teilergebnis oder rechnet es erneut?
3. $344 \cdot 28$	

Thema 3: Übertragsziffer wird zur Null addiert

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
4. $453 \cdot 61$	Macht das Kind Fehler aufgrund der Null im Teilprodukt?
5. $643 \cdot 52$	

Thema 4: Addition einer Übertragszahl erzeugt eine Zehnerzahl

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
6. $468 \cdot 340$	Notiert das Kind die durch den Übertrag entstehende Null? $468 \cdot 340$ $1404 \dots$ Notiert es eine Nullreihe?
7. $534 \cdot 6$	

Thema 5: Addition einer Übertragszahl führt zur Zehnerüberschreitung

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
8. $539 \cdot 97$	Wie geht das Kind mit dem hohen Übertrag um?
9. $68 \cdot 8$	

Thema 6: Von Null verschiedene Faktoren ergeben eine Null

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
10. $135 \cdot 62$	Ist das Kind irritiert, dass es eine Null im Teilergebnis notiert wird.
11. $28 \cdot 51$	

Sternchenaufgabe: Erfinde und rechne eine eigene schwere Multiplikationsaufgabe.



Literatur

Ministerium für Schule und Weiterbildung (2008): Lehrplan Mathematik. Frechen. S. 65.

Padberg, F. (2005): Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung (3. Auflage). München, Elsevier. S. 256-286.

Radatz, H.; Schipper, W.; Dröge, R. & Ebeling, A. (2000): Handbuch für den Mathematikunterricht. 4. Schuljahr. Hannover, Schroedel. S. 92-103.