

5 Durchführung von Erkundungsprojekten

Die Durchführung von Erkundungsprojekten ist in vielfältiger Hinsicht die aufwendigste der Möglichkeiten, Einblicke in Denk- und Rechenwege von Kindern zu gewinnen, allerdings auch die ergiebigste. Insbesondere für angehende Lehrer bieten diese die Möglichkeit, unmittelbare und auf anderem Wege nicht zu erlangende Erfahrungen zu sammeln, die ein großes Spektrum dessen berühren, was zum Lehrersein gehört. Dieses Kapitel gibt wichtige Informationen zu Theorie und Praxis klinischer Interviews, einer besonders geeigneten Form von Erkundungsprojekten (vgl. etwa auch Ginsburg et al. 1983; Hasemann 1986; Beck & Maier 1993; Wittmann 1982; zu anderen Formen vgl. Hengartner & Röthlisberger 1995a).

In Kapitel 5.1 beschreiben wir Ursprung und Herkunft der klinischen Methode und analysieren unterschiedliche Probleme und Schwierigkeiten, die demjenigen begegnen können, der sie anwenden will. Auf Letzteres gehen wir deswegen so ausführlich ein, weil wir hoffen, dass die Wissende eine bessere Chance hat, damit adäquat umzugehen, als die Unwissende. Wir möchten allerdings dadurch niemanden entmutigen: Die Durchführung eines Interviews, bei dem man im Nachhinein feststellt, dass das Interviewerverhalten verbesserungsfähig ist, was im Prinzip auf jedes Interviews zutrifft, ist in jedem Fall besser, als kein Interview durchzuführen. Wesentliche Aspekte haben wir in einem „Leitfaden zur Durchführung klinischer Interviews“ zusammengefasst, der auch unabhängig von den übrigen Ausführungen verwendet werden kann.

In Kap. 5.2 werden neun erprobte Interviewkonzeptionen vorgestellt, die Interessenten den Einstieg in die Interviewtätigkeit durch die dort schon geleistete Vorarbeit erleichtern können. Das Kapitel 5.3 schließlich enthält Erfahrungen und Tipps zur Organisation, zur Technik und zur Auswertung von Videoaufzeichnungen – Aspekte, die den formalen Teil der Erkundungstätigkeit ausmachen, ohne die es jedoch nicht geht.

5.1 Zur klinischen Methode

Der Begriff des klinischen Interviews ruft wegen des Wortes „klinisch“ häufig Assoziationen hervor, die nicht zu ihm passen. Er ist eng mit dem Namen Jean Piaget (1896 bis 1980) verbunden, bei dessen Forschungsarbeit klinische Interviews eine zentrale Rolle spielten. Darauf wollen wir im Folgenden kurz eingehen.

Piagets Lebenswerk ist gekennzeichnet durch das Bemühen, das Phänomen der menschlichen Erkenntnis durch das Verstehen ihres Entstehens zu erklären. Die Frage „Was ist Erkenntnis?“ wollte er durch die Beschäftigung mit der Frage „Wie entsteht Erkenntnis?“ beantworten – seine Forschungsrichtung wird daher auch als *genetische* Erkenntnistheorie bezeichnet. Aus diesem Grund galt sein primäres Interesse zunächst der Erforschung des Denkens von Kindern und Jugendlichen, von Personen also, bei denen die Denkstrukturen sich ausprägen im Begriff sind.

Für die Kinder- und Jugendpsychologie stellte zu Beginn dieses Jahrhunderts die Durchführung und Auswertung von sog. *standardisierten Tests* ein gängiges Verfahren dar. Standardisierte Tests zeichnen sich dadurch aus, dass

Reihenfolge und Wortlaut der Fragen sowie die erwünschten Antworten von Anfang an eindeutig definiert sind und damit scheinbar objektive Daten erhoben werden können. Piaget erschien diese Methode jedoch als vollkommen ungeeignet, um der Vielschichtigkeit und der Reichhaltigkeit menschlichen Denkens gerecht zu werden.

Eine Methode, die in dieser Hinsicht mehr Möglichkeiten bot, war die zu den standardisierten Tests konträre Methode der *freien Beobachtung*. Durch mehr oder weniger systematische Beobachtungsverfahren versucht man dabei diejenigen Verhaltensweisen des Menschen zu erfassen, die als Anzeichen der zu untersuchenden Denkvorgänge anzusehen sind. Doch für die systematische Forschung, die Piaget vorschwebte, schien ihm dieser Ansatz aufgrund der großen Offenheit und der damit einhergehenden Gefahr der Beliebigkeit ebenfalls nicht geeignet zu sein.

Da traf es sich gut, dass er Erfahrungen mit der sog. *klinischen Methode* sammeln konnte, als er in verschiedenen psychiatrischen Instituten arbeitete. Deren Hauptmerkmal besteht darin, dass der Psychotherapeut versucht, seinen Patienten durch behutsames Nachfragen zur Offenlegung seiner Gedan-

Das klinische Interview bei Piaget

**Kurze
Charakterisierung
der klinischen
Methode**

kenwelt zu animieren. Die klinische Methode stellte für Piaget den gangbaren Mittelweg zwischen der Zielgerichtetheit standardisierter Tests und der Offenheit der Beobachtungsmethode dar. Denn das Ziel der Psychoanalytiker deckte sich in gewisser Weise mit seinen Intentionen: Denkprozesse möglichst gut zu verstehen, die Handlungen und verbalen Äußerungen zugrunde liegen.

Piagets Verdienst bestand also in diesem Zusammenhang darin, ein psychoanalytisches Verfahren zur Erhebung von Krankheitsbildern für die Kinderpsychologie und die genetische Erkenntnistheorie nutzbar gemacht zu haben. Da die klinische Methode in der ursprünglichen Version für Piaget jedoch das bisweilen mangelhafte Vermögen der Kinder, ihre Gedankengänge zu verbalisieren, nicht angemessen berücksichtigte, entwickelte er die sog. *revidierte klinische Methode*. Hier beschränkt man sich nicht auf Fragen und Antworten, sondern regt das Kind – wo möglich und nötig – zusätzlich dazu an, mit Material zu hantieren. In die Analyse werden folglich nicht nur sprachliche Äußerungen, sondern auch Handlungen einbezogen. Der Einfachheit halber wollen wir im Weiteren allerdings generell den Begriff klinische Methode verwenden.

Wie lässt sich die klinische Methode nun beschreiben (vgl. Opper 1977; Ginsburg 1981; Ginsburg & Opper 1991; Wittmann 1982)? In Abgrenzung zur freien Beobachtung auf der einen und zum standardisierten Test auf der anderen Seite kann sie als ein *halbstandardisiertes* Verfahren beschrieben werden. Sie trägt sowohl der *Unvorhersagbarkeit* der Denkwege durch einen nicht im Detail vorherbestimmten Verlauf als auch dem Kriterium der *Vergleichbarkeit* durch verbindlich festgelegte Leitfragen bzw. Kernaufgaben Rechnung.

Die Interviewerin muss eingangs in das zu bearbeitende Problem einführen. Während des Interviews muss sie Hypothesen über die Gedanken der Kinder bilden, um in einer flexiblen Weise Fragen stellen zu können, die sich in der Regel auf deren vorangehende Antworten oder Handlungen beziehen.

Beim klinischen Interview geht es also nicht darum, die Kinder durch geschicktes Fragen möglichst schnell zur richtigen Lösung zu führen. Die Hauptintention besteht vielmehr darin, mehr darüber zu erfahren, wie Kinder denken. Aus diesem Grund sollten die Reaktio-

nen der Interviewerin grundsätzlich keine negative Rückmeldungen („Falsch!“ oder „Das hätte ich so nicht gemacht!“) enthalten. Deren Auftreten lässt die Aktionen der Kinder leicht zu Reaktionen auf das Verhalten der Interviewerin werden.

In ähnlicher Weise durchgehend auf positive Rückmeldungen zu verzichten und ein Kind für seine Anstrengungen nicht zu loben, erscheint u. E. allerdings nicht sinnvoll. Das kann z.B. dazu führen, dass ein Kind verunsichert wird.

Zusammenfassend gesagt, sollte das Vorgehen der Interviewerin also von *bewusster Zurückhaltung* geprägt sein. Das schließt ein, dass sie sparsam, aber gezielt interveniert, indem sie durch situationsadäquate Fragen oder Impulse ihr offenkundiges Interesse an den Denk- und Handlungsweisen der Kinder deutlich zum Ausdruck bringt.

Generell gilt: Es gibt nicht *das* Kind, für das man *das* Interviewverhalten entwerfen könnte. Die Interviewerin sollte daher stets versuchen das notwendige Maß an Sensibilität aufzubringen, um den ganz unterschiedlichen Charakteren, die die Kinder ja nun einmal sind, gerecht werden zu können.

Wir wollen uns an dieser Stelle nicht über Vor- und Nachteile klinischer Interviews äußern und hierzu auf Wittmann (1982, 38f.) verweisen. Gleichwohl möchten wir einen Aspekt besonders herausstellen: Klinische Interviews durchzuführen kann nicht nur der Erforschung des mathematischen Denkens von Kindern, sondern auch der „didaktischen Selbsterfahrung“ dienen. In Interviews zu erleben, wie ergiebig es beispielsweise für den Erkenntnisprozess eines Kindes sein kann, wenn der Erwachsene sich mit verbalen Äußerungen zurückhält oder aber bei „richtigen“ Antworten ebenso eine Begründung hören möchte wie bei „falschen“, können Schlüsselerlebnisse für jede (angehende) Lehrerin sein. Festzustellen, dass etwa Schulkinder nicht selten über eine ausgeprägte Antwortzentrierung verfügen, und zu erfahren, wie schwierig es für eine Lehrperson sein kann, nicht suggerierend zu fragen, stellen zweifelsohne genauso zentrale Erfahrungen dar.

Das Durchführen von klinischen Interviews trägt also auch dazu bei, das Unterrichten zu lernen (vgl. Wittmann 1985). In der überschaubaren Ganzheit – der geschützten Atmosphäre – eines

Interviews muss die Interviewerin dabei nicht – wie es in der vollen Komplexität einer Unterrichtsstunde der Fall ist – eine Fülle von Anforderungen erfüllen, sondern kann sie sich stattdessen auf einen bestimmten Aspekt konzentrieren.

Im Folgenden wollen wir auf einige grundsätzliche Probleme eingehen, mit denen Interviewerinnen konfrontiert werden können und auf die sie daher vorbereitet sein sollten.

Die Schwierigkeit, das Unbewusste bewusst zu machen.

Grundsätzlich sollte man in jedem Interview zunächst versuchen eine angenehme Gesprächsatmosphäre herzustellen, in der eingangs auch der Rahmen definiert wird („Es ist nicht schlimm, wenn du etwas Falsches sagst. Ich möchte von dir lernen, wie du rechnest, weil mich das interessiert.“). Dazu gehört ggf. der Hinweis, dass man auch Dinge fragt, die das Kind noch gar nicht wissen muss. Wenn diese Randbedingungen geklärt sind, wird es den Kindern erleichtert, ihre Gedanken zu erläutern.

Im günstigsten – aber seltenen – Fall tun sie das von alleine und begleiten ihr Denken durch Sprechen. Wenn sie Material benutzen, Zeichnungen anfertigen, schreiben oder andere Handlungen ausführen, lassen sich häufig daraus schon genügend Hinweise gewinnen und Nachfragen erübrigen sich. Kinder verstehen dann manchmal auch nicht, warum man überhaupt fragt, wenn man ihnen zugeschaut hat.

Das Interview sollte keineswegs „inquisitorischen“ Charakter annehmen: Wenn jede noch so kleine Handlung oder Äußerung des Kindes hinterfragt wird, trägt das nicht unbedingt dazu bei, dass es sich wohl fühlt. Wir begegnen hier dem schmalen Grat zwischen Zurückhalten und Eingreifen: Man möchte möglichst viel über das Denken des Kindes erfahren, muss andererseits diszipliniert genug sein, es nicht durch zu viele Detailfragen zu belästigen und zu verunsichern.

Will man mehr wissen, als die Kinder von selbst geäußert haben oder als man beobachten konnte, muss man nachfragen. Die Frage „Wie hast du das gerechnet?“ ist problematisch, unterstellt sie doch, dass überhaupt gerechnet wurde. „Woher weißt du das?“ lässt auch automatisiertes Wissen oder Schätzungen zu. Allerdings gibt sie dem Kind auch den Spielraum, ein Argument

vorzutragen, das sein Ergebnis nachträglich rechtfertigt, und das muss nicht unbedingt mit seinem Rechenweg übereinstimmen. Wie man auch fragt, aus der Antwort allein lassen sich nicht immer alle gewünschten Informationen erschließen. Generell ist es für Kinder nicht einfach oder nahe liegend, das eigene Denken bewusst mitzuverfolgen oder zu rekonstruieren und dieses dann auch noch zu verbalisieren. Weil Kinder sich tatsächlich manchmal nicht mehr erinnern, wie sie zum Ergebnis gekommen sind, oder es nicht verbalisieren können, sollten die Fragen vielleicht besser wie folgt formuliert werden: „Kannst du sagen, wie du das herausgefunden hast?“ oder: „Weißt du noch, wie ...?“

Allgemein gibt es kein Rezept dafür, ob, wie und wie oft man nachfragen soll, wenn ein Kind nicht in der Lage zu sein scheint, seine Gedanken zu verbalisieren, oder wenn es die Nachfrage für überflüssig zu halten scheint. Man sollte sich als Interviewerin in jedem Fall so verhalten, dass dieses Verhalten auch vom Kind als vernünftig und sinnvoll akzeptiert werden kann.

Als Interviewerin sollte man nie vergessen, dass das Interviewgeschehen an die Kinder eine doppelte Anforderung stellt: Sie müssen in der Regel nicht nur eine – gemessen an den sonstigen Anforderungen – anspruchsvolle mathematische Aufgabe lösen, sondern sollten sich darüber hinaus dazu auch noch äußern. Das folgende Beispiel mag die Probleme verdeutlichen, die Kinder mit dieser Doppelbelastung haben können. Anna löst die Aufgabe „In einer großen Dose sind 13 Bonbons. Die Mutter muss einige Bonbons in die Dose tun, damit 46 in der Dose sind. Wie viele Bonbons muss die Mutter in die Dose tun?“ wie folgt:

(nach 15 Sekunden) **27?** (Sie schaut die Interviewerin an.)

Hm. Und wie bist du darauf gekommen?

3 plus 7 gleich 20, plus 20 gleich sieben..., eh 27, eh 46. Nein, eh 47, mm. (nach 2 Minuten und 13 Sekunden) **43?** (Sie schaut die Interviewerin an.)

Wie bist du darauf gekommen?

40 minus 10 gleich 30, mm 6 plus 3 Ne, komm durcheinander. Weiß ich nicht.

Das, was du jetzt gesagt hast, schreib dir das mal auf! Dann vertust du dich nicht so leicht. Was hattest du zuerst gemacht?

Ich hab 10, mm, 40 minus zeh..., 10 genommen.

Hm. Schreib dir das mal auf! Mit dem Ergebnis! (A schreibt $40 - 10 = 30$ auf.) Und was musst du jetzt noch machen?

(nach 10 Sekunden) **Für die 30 noch 3 dazu.**

Hm. Und was nun?

36.

30 plus 3? Oder was meinstest du ...

33.

Wie bist du denn auf die 3 gekommen, die du noch dazutun musstest?"

Drei ..., mm.

(nach 24 Sekunden) Mit den beiden hast du ja schon gerechnet, ne. Mit diesem (I hält bei der Zahl 13 die 3 zu.) und mit dem (I hält bei der Zahl 46 die 6 zu). Die kannst du dir ja weghalten. Dann bleiben ja die 6 und die 3 übrig. Und wie bist du denn jetzt auf die 3 gekommen, die du zu der 30 noch zurechnen willst? Weißt du nicht mehr? (A reagiert nicht.) Na ja, okay. So, das war's.

Die Anforderung, etwas erklären zu müssen, kann sogar die Konsequenz haben, dass ursprünglich richtige Antworten und Rechenwege wieder vergessen werden. Im Kapitel 4.1 (D 7, Aufgabe 74–16) geben wir hierzu ein Beispiel.

Umgang mit dem Schweigen

Als Interviewerin wird man häufig die Situation erleben, dass das Kind nicht innerhalb des Zeitraumes antwortet, der für die Beantwortung ausreichend oder angemessen erscheint. Dafür kann es folgende Gründe geben:

- Das Kind hat sein Nachdenken beendet und ist zu keinem Ergebnis gekommen, möchte das aber nicht offenbaren.
- Es sieht keinen Lösungsweg und wartet auf einen Einfall.
- Es ist unsicher, inwieweit seine Lösung korrekt ist, und zieht es „sicherheitshalber“ vor, sich nicht zu äußern.
- Es denkt noch über das Problem nach, benötigt aber länger, als man erwartet, z.B. weil es einen zeitaufwendigeren Lösungsweg benutzt.

Da nach unserer Erfahrung häufig der letztgenannte Fall vorliegt, lohnt es sich, mehr Geduld aufzubringen und länger zu warten, als man es eigentlich zu tun gewillt ist. Uns scheint die Gefahr größer, dass eine Intervention einen erfolgreichen, möglicherweise sich kurz vor dem Abschluss befindlichen Lösungsprozess stört, als dass sie weiterhilft. Die Ungeduld der Interviewerin birgt stets die Gefahr, dem Kind die Erfahrung vorzuenthalten, dass es in der Lage ist, auf eigenen Wegen Aufgaben zu lösen, die in der Schule noch nicht behandelt wurden. Natürlich kann man hier nicht „ewig“ warten, aber man sollte sich zunächst um Zurückhaltung bemühen. Es ist schon häufiger vorgekommen, dass das interviewte Kind nach mehreren Minuten beiderseitigen Schweigens schließlich die richtige Lösung angab.

Umgang mit „Fehlern“

Der schmale Grat zwischen Zurückhalten und Eingreifen, auf dem die Interviewerin sich bewegt, wird auch dann deutlich, wenn die Kinder etwas (aus ihrer Sicht) Falsches artikulieren. In diesem Zusammenhang stellt sich häufig die Frage, ob man falsche Antworten unkommentiert stehen lassen darf.

Hier gibt es unseres Erachtens keine allgemein verbindliche Antwort. Zunächst einmal: Wenn es offenkundig ist, dass ein Kind sich „verrannt“ hat, etwa indem es falsche Aufgabendaten verwendet oder einen Fehler begangen hat, der allem Anschein nach durch fehlende Aufmerksamkeit erklärt werden kann, sollte man dem Kind die korrekten Informationen geben, um ihm ein fehlerfreies Weiterarbeiten zu ermöglichen.

Andererseits ist nicht zu befürchten, dass Kinder „bleibende Schäden“ davontragen werden, wenn die Interviewerin – aus welchen Gründen auch immer – beispielsweise die Antwort 9 bei der Aufgabe 12–4 unkorrigiert stehen lässt. Ein klinisches Interview hat ja nicht die Aufgabe den Kindern etwas beizubringen, sondern herauszufinden, wie sie rechnen. Daher wird die Interviewerin in einem Fall wie dem genannten sich in der Regel auch danach erkundigen, wie das Ergebnis zustande gekommen ist. Dann kann sich z.B. zeigen, dass das Kind eine passende Prozedur gewählt hat, jedoch fehlerhaft angewendet – etwa zwar rückwärts zählte, aber bei 12 begann: 12, 11, 10, 9. Ob die Interviewerin diese Antwort nun stehen lässt oder versucht einen kognitiven Konflikt (s.u.) zu erzeugen, hängt vom jeweiligen Erkenntnisinteresse ab. Es kann sich allerdings auch durch bloßes Rückfragen (z. B. „Woher weißt du das?“) ergeben, dass das Kind seinen Fehler erkennt und korrigiert.

Wie wir schon im Kapitel 2.2 ausgeführt haben, gehen wir davon aus, dass fast alle fehlerhaften Antworten einen *rationalen Kern* haben (siehe obiges Beispiel; im Kap. 4.1 das Dokument D 2, darin Aufgabe 16+6; sowie zahlreiche andere in diesem Buch zu findende Beispiele). Um diesem auf die Spur zu kommen kann die Interviewerin nachfragen (vgl. den Abschnitt über die Schwierigkeit, das Unbewusste bewusst zu machen). Je selbstverständlicher es für das Kind im Verlauf des Interviews geworden ist, dass auch bei richtigen Antworten nachgefragt wurde, desto geringer ist die Chance, dass das Kind durch

eine Rückfrage verunsichert wird und seine Gedanken nicht offen legt, da es befürchtet, es habe falsch geantwortet.

Eine Erfolg versprechende Methode, die Kinder zur selbst gesteuerten Auseinandersetzung mit Fehlern anzuregen, besteht in der Erzeugung sog. kognitiver Konflikte, bewusst gewordener Widersprüche im eigenen Denken. Um diese anzuregen bedarf es gewissenhafter Vorbereitung oder der Geistesgegenwart der Interviewerin, mit welcher Frage oder Aussage sie das Kind als Nächstes konfrontiert, damit es selbst bemerken kann, dass zwei von ihm für korrekt gehaltene Aussagen nicht zueinander passen. Wir geben zwei Beispiele:

Viele Kinder antworten auf die Frage, wie viele Seiten man gelesen habe, wenn man in einem Buch von der Seite 13 oben bis zur Seite 23 unten gelesen habe, mit dem Resultat 10 (23–13). In diesem Fall bietet es sich an zu fragen, wie viele Seiten es von Seite 13 oben bis zur Seite 15 (dann bis Seite 14 bzw. 13) unten seien. Nahezu jedem Kind wird dann bewusst, dass es sich beim Lesen von Seite 13 oben bis zur Seite 14 unten nicht lediglich um eine einzige Seite handelt, wie die Subtraktion 14–13 nahelegen würde. Wie in den Hinweisen zum Erkundungsprojekt zum Rechnen mit Nummern nachgelesen werden kann, ist die Erzeugung dieses Konfliktes jedoch keine Garantie dafür, dass die Schüler ihre ursprüngliche Lösung revidieren; manche von ihnen sind in der Lage, diese Widersprüche auf originelle Weise zu lösen (vgl. Kap. 5.2, E 6).

Ein zweites Beispiel: Auf die Aufforderung, ein Sechstel eines Glases voll zu gießen, gießt Simone das Glas nahezu voll. Zuvor hatte sie ein Drittel zu 15 Minuten und ein Viertel zu 45 Minuten auf der Uhr in Beziehung gesetzt. Ein Sechstel entspräche 60 Minuten, also müsse das Glas voll sein. Eine Aufforderung, die möglicherweise einen kognitiven Konflikt erzeugt, könnte darin bestehen, das Glas zu einem Siebtel (oder einem Achtel, Zehntel, Zwölftel) zu füllen.

Ein kognitiver Konflikt kann auch dadurch erzeugt werden, dass man das Kind mit den Aussagen eines anderen Schülers konfrontiert, der die Aufgabe auf eine andere Weise gelöst hat. Von ganz allein ergibt sich das vergleichsweise häufig, wenn zwei (oder mehr) Kinder interviewt werden und sich innerhalb der

Gruppe widersprüchliche Meinungen ergeben. Was ein kognitiver Konflikt ist, bestimmt schließlich jedoch das Kind: Es kann durchaus vorkommen, dass zwei aus der Erwachsenensicht unvereinbare Standpunkte vom Kind als solche nicht wahrgenommen werden.

Bezähmung der eigenen Mitteilbarkeit

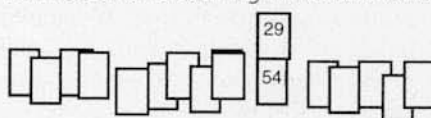
Eines der Hauptprobleme besteht darin, den richtigen Redeanteil zu finden. Es passiert leicht, dass Interviewer entweder zu viel reden und damit dem Kind Antworten suggerieren können, oder zu wenig sagen und dabei Denkwege der Kinder im Dunkeln lassen, deren Erhellung lohnenswert gewesen wäre. Ersteres passiert ungleich häufiger, wie auch das folgende Beispiel zeigt:

Olga bekam die Aufgabe gestellt: „Karin war als 54. die Letzte in der Schlange, als die Kasse geöffnet wurde. Jetzt ist sie die 29. in der Schlange, hinter ihr stehen aber schon wieder 23 andere Menschen an. Wie viele Karten werden an diesem Tag mindestens verkauft?“. Die Interviewerin „reißt“ das Gespräch zunächst an sich:

I: So, ich leg jetzt hier keine 54 Karten hin, sondern nur so ein paar Karten. Da tun wir jetzt so, als wären das 53. Und dann ist Karin die 54. gewesen, ne? (greift zu den Karten und erstellt während der folgenden Aussagen nach und nach eine der unten abgebildeten ähnliche Anordnung)

O: (schaut nur so lange zu, bis I die 54 legt und vertieft sich dann in die Aufgabenkarte)

I: Hinter ihr stehen noch 23 andere Leute. (legt hier die Karten hinter der 54) Aber jetzt sind ja vorne welche weggegangen – also die 54. war sie. Da waren noch keine 23 anderen Leute da; dann sind vorne welche weggegangen, die ihre Karten gekauft haben, aber auch hinten welche dazugekommen. Deswegen ist sie jetzt die 29. (I legt nun die 29 als letzte Karte in dem entstandenen Bild). Wie viele Karten werden an diesem Tag mindestens verkauft?



(nach ca. 7 Sekunden) Erst war sie die 54. Da waren die Leute alle vor ihr. Dann sind Leute weggegangen, deswegen ist sie jetzt die 29., aber 23 Leute sind dahinter gekommen.

O: (nach 25 Sekunden) ???

I: Mhm, wie bist du darauf gekommen?

O: Ähm, 4 plus 3 sind ja 7, und 5 plus 2 sind auch 7.

I: Mhm, und da hast du ganz richtig gemerkt, dass du die 29 nicht mitrechnen musst, ne? Gut.

Die Interviewerin schrieb zu dieser Szene: „Als ich mir das Interview mit Olga am Nachmittag desselben Tages anschaute, kam mir sofort ein Satz von Jean Piaget in den Sinn ...: „Es ist so schwierig, nicht zu viel zu reden, wenn man ein Kind befragt, vor allem für

einen Pädagogen!“ Mir fiel im Interview selbst nicht einmal auf, dass Olga mir nicht zuhörte, weil ich so sehr beschäftigt mit meinen „Erläuterungen“ (für wen eigentlich?) war“ (Thöne 1995, 138 f.).

Voraussetzungsgebundenheit und Vorläufigkeit von Interpretationen

Wir können den Kindern – salopp formuliert – nicht in den Kopf schauen. Das heißt, dass wir nie absolute Gewissheit darüber haben können, wie das Kind gedacht hat. Auch das, was wir als unsere Beobachtung dessen, was passiert ist, registrieren, ist immer vor dem Hintergrund unserer Vorurteile gedeutete Wirklichkeit. Leicht verfällt man beispielsweise in eine defizitorientierte Sichtweise, die den Blick auf vorhandene Fähigkeiten und Stärken des Kindes verstellen kann. Andererseits schützt natürlich auch die optimistische Grundauffassung nicht vor Fehlinterpretationen. Insbesondere wenn ein Kind nicht sehr auskunftsfreudig ist, sollte man stets Belege suchen, die die eigene Perspektive auf das Denken des Kindes stützen und für andere Personen nachvollziehbar erscheinen lassen.

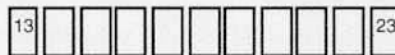
Häufig hat die Interviewerin eine Vermutung, die sie – ihrem Erkenntnisinteresse folgend – bestätigt oder widerlegt wissen möchte. Daher äußert sie diese in Form einer Frage oder einer Unterstellung. Wenn das Kind zustimmt, bedeutet das jedoch keineswegs notwendigerweise, dass die von der Interviewerin formulierten Gedanken mit den seinen übereinstimmen. Man kann nie ausschließen, dass das Kind seine Ruhe vor weiteren Nachfragen haben möchte oder meint, der Interviewerin einen Gefallen zu tun, wenn es zustimmt. Allerdings sollte man das Kind – insbesondere in Zweifelsfällen – mit der eigenen Interpretation konfrontieren und es bitten, diese zu bestätigen oder zu korrigieren (vgl. van den Brink 1981).

Oft sind Fehlinterpretationen erst erkennbar, wenn man sich in einer gründlichen Analyse überlegt, was das Kind noch gedacht haben könnte. Bei der Aufgabe „Peter hat ein Buch von der Seite 13 oben bis zur Seite 23 unten gelesen“, gibt Romina beispielsweise zunächst die Antwort 10. Die Interviewerin versucht durch die Verwendung kleinerer Zahlen einen kognitiven Konflikt zu erzeugen und ist damit auch teilweise erfolgreich, bevor sie zur ursprünglichen Aufgabe zurückkehrt.

Hast du eine Idee, ob das mit den 10 Seiten so stimmt? (I verweist auf die Aufgabenkarte.)

(nach einigen Sekunden) **Ähm, nein.**

Vielleicht hilft es, wenn wir mal die Kärtchen dazunehmen. Bis dahin müssen wir: Seite 23 ... (I legt die Zahlenkärtchen in folgender Konstellation, dabei zuerst die 23, dann die verdeckten Kärtchen und zum Schluss die 13.)



... und jetzt leg ich die anderen mal. Das ist ja, als wenn jedes eine Seite ist, 14, und die Seite 13 können wir auch offen hinlegen.

(nach ca. 25 Sekunden) **Das sind neun Kärtchen, die nicht gezeigt werden.** Mhm, aber die liest er ja auch, ne? Wie viele Kärtchen sind's denn insgesamt?

11.

Hm, fällt dir da was auf, dass das vielleicht genauso ist wie gerade mit der Seite 5 und 6?

(R schüttelt leicht den Kopf)

Fällt dir nichts auf? – Okay!

Romina verneint die eingangs gestellte Frage, was die Interviewerin in der Interviewsituation so deutet, dass sie keine Lösungsidee habe. Nach Durchsicht der Interviews war sie nach eigener Aussage alles andere als sicher, dass Rominas Antwort so aufzufassen gewesen sein müsse. Stattdessen wurde ihr deutlich, dass sie auch gemeint haben könnte, dass die vorherige Lösung „10 Seiten“ nicht stimme. Darauf ging sie jedoch nicht ein und startete mit der Modellierung einen Versuch, mit dessen Hilfe Romina allerdings nur schwer Denkfortschritte erreichen konnte.

Man kann nicht nicht beeinflussen!

Die Voraussetzungsgebundenheit dessen, was man aus dem Interview schließen zu können glaubt, beginnt jedoch nicht erst bei der Beobachtung oder der Interpretation, sondern setzt schon bei anderen, schwer zu überschauenden und zu kontrollierenden Einflüssen ein. Es lässt sich nämlich nie vollständig ausschließen, dass das Kind sich an der von ihm vermuteten Antworterwartung der Interviewerin orientiert. Selbst wenn diese sich bemüht, echte Interviewpartnerin statt Prüferin zu sein, wird sie doch vom Schüler zunächst in die Rubrik „Erwachsene“ oder „Lehrerin“ eingeordnet. Speziell Lehrpersonen, so die Erfahrung vieler Kinder, wollen selten wirklich wissen, wie Kinder denken, sondern stattdessen überprüfen, ob die Schüler das wissen, was sie ihnen beigebracht zu haben glauben.

Ein überzeugendes Beispiel gibt in diesem Zusammenhang Hundeide (1988, 87). In einer Untersuchung wurde mit Kindern einer der klassischen Pia-

get-Versuche – ein sog. Umschüttungs-experiment – durchgeführt, dessen Ausgestaltung hier nicht weiter von Belang ist. In der Kontrollgruppe wurde die Piaget'sche Versuchsanordnung unverändert übernommen, während sie in der Experimentalgruppe insofern variiert wurde, als dass der Interviewer zwischendurch unter einem Vorwand aus dem Zimmer gerufen wurde. Wenig später trat einer seiner Kollegen ein, den das Kind allerdings nicht kannte und der sich als vollkommen ahnungslos gab (also etwa den Hausmeister spielte). Er bat das Kind um eine Erklärung, warum es in dem Raum saß und was es bislang getan hatte.

Die Beziehung zwischen diesen beiden Personen unterschied sich deutlich von der Beziehung „Interviewer – Interviewter“ im herkömmlichen Experiment: Der Erwachsene schien nicht derjenige zu sein, der das Kind überprüfte und nach Dingen fragte, die er selbst wusste. Seine Fragen erfolgten stattdessen aus einem scheinbar echten Informationsbedürfnis heraus. Vergleicht man die Anzahlen der jeweils richtigen Antworten, so stehen 47 % bei der klassischen nicht weniger als 81 % bei der modifizierten Versuchsanordnung gegenüber. Echte Fragen scheinen echte Antworten zu bekommen.

Auch Donaldson (1982) hat empirisch nachgewiesen, dass die Ergebnisse der klinischen Interviews Piagets wesentlich durch die Erwartung der Kinder beeinflusst wurden, in welchem sozialen Kontext sie sich befanden. Die Kinder waren bei den klassischen Versuchen verstärkt mit Gedanken befasst, die von einer sachlichen Auseinandersetzung mit dem Problem ablenkten, wie etwa die Frage nach dem Sinn des Interviews oder nach der Antwortervartung des Erwachsenen. Das Verhalten der Interviewerin gehört also immer zum Kontext.

Auch wenn man sich vornimmt ganz neutral zu sein, handelt es sich dabei um ein Verhalten, das die Schüler registrieren. Von deren bisherigen Erfahrungen mit dem schulischen Lernen ausgehend, gilt dies als eine unerwartete Reaktion, die zur Verunsicherung der Schüler führen kann. Was man auch tut – man kann nicht nicht beeinflussen.

Einzel- oder Gruppeninterviews?

Ob man Kinder einzeln oder in kleinen Gruppen interviewt, hängt natürlich stark von den verwendeten Aufgaben

und dem jeweiligen Erkenntnisinteresse ab. Unabhängig davon wollen wir im Folgenden kurz Gruppen- und Einzelinterviews vergleichen. Als mögliche Nachteile von Gruppeninterviews sehen wir:

- **Dominanz:** Einige Kinder können leicht von einem selbstbewussten oder kundigeren Kind dominiert werden und aus Unterlegenheitsgefühlen oder fehlender Sachkenntnis nicht mehr aktiv am Interview teilnehmen. Die Gefahr des (unverstandenen) Wiederholens von Handlungen bzw. des Nachsprechens von Äußerungen ohne rechtes Verständnis ist gegeben.

- **Informationsverluste:** Man erhält nicht so detaillierte Informationen über das Denken jedes einzelnen Kindes, da es sich ja nicht zu jedem Aspekt äußert.

- **Differenzierung:** Die Schüler bearbeiten die einzelnen Aufgaben häufig mit unterschiedlicher Geschwindigkeit. Das kann sowohl Probleme dabei erzeugen, als Interviewerin den Überblick über die Vorgehensweisen der einzelnen Kinder zu behalten, als auch dabei, das gemeinsame Interview nicht in mehrere parallel (und damit schlecht) geführte Einzelinterviews zerfallen zu lassen.

- **Gegenseitige Verstärkung:** Es besteht die Gefahr, dass die Schüler sich gegenseitig ablenken oder sich gegenseitig beim Gehen eines „falschen“ Lösungswegs verstärken.

Als potentielle Vorteile gegenüber Einzelinterviews möchten wir anführen:

- **Angenehmere Situation:** Für die Kinder handelt es sich in der Regel um eine angenehmere Situation, gemeinsam mit Mitschülern interviewt zu werden.

- **Verringerung der Antwortzentrierung:** Das Gespräch der Kinder untereinander ist natürlicher als die (Überprüfungs-)Frage der Interviewerin, bei der die Kinder sich an der vermuteten Antwortervartung orientieren.

- **Größere Nähe zu wünschenswertem Unterricht:** Gruppeninterviews weisen eine (wenn vielleicht auch nur geringfügig) größere Nähe zu einer Form von Unterricht auf, in dem von- und miteinander statt unter starker Lehrerzentrierung gelernt wird.

- **Arbeitsteilung:** Kann ein Kind im Einzelinterview seine Gedanken nicht demonstrieren, so erweckt es in der Regel den Anschein, als sei es überfordert, was häufig dazu führt, dass schwerer erscheinende Aspekte nicht thematisiert werden. Bei Gruppeninterviews ist es dem Kind möglich, einzelne Phasen zu

überspringen und – ggf. die Äußerungen oder Handlungen des Partners berücksichtigend – zu einem späteren Zeitpunkt das Gespräch wieder aufzunehmen.

Im Folgenden wollen wir wesentliche Charakteristika der klinischen Methode in Form eines Interviewer-Leitfadens strukturieren, den wir als erste Orientierungshilfe für Personen ansehen, die Interviews durchführen wollen. Dabei werden bereits gegebene Informationen zum Teil wiederholt und erweitert.

Das Ziel von klinischen Interviews – lassen Sie sich durch die fest eingebürgerte Bezeichnung nicht abschrecken – besteht darin, dem *authentischen Denken* von Kindern möglichst genau „auf die Spur“ zu kommen. Dem Schweizer Erkenntnistheoretiker Jean Piaget gebührt das Verdienst, diese ursprünglich in der Psychoanalyse – daher der Name – verwendete Methode auf die Kinderpsychologie übertragen und für die Einsicht in Denkvorgänge von Kindern fruchtbar gemacht zu haben.

Im Folgenden möchten wir einige Leitprinzipien formulieren, die Ihnen den Einstieg in das Interview erleichtern sollen. Stellen Sie dabei an sich nicht übermäßig hohe Ansprüche – wahre „Meisterschaft“ erfordert oft Monate oder gar Jahre intensiven Trainings. Versuchen Sie jedoch andererseits stets, Ihr Vorgehen zu optimieren und Ihre eigenen Handlungen und Äußerungen genauso aufmerksam und kritisch zu verfolgen wie die des Kindes. Sie werden feststellen, dass Sie bei der Durchführung bzw. der Analyse von Interviews auch sehr viel über sich selbst lernen können.

Erstellen Sie vorweg einen von Ihrem Erkenntnisinteresse geleiteten Ablaufplan für eine Interviewsituation. Dieser Plan sollte jedoch kein starres Schema darstellen, sondern flexibel zu handhaben sein, da der genaue Fortgang des Interviews durch das Kind bestimmt wird: An seinem Denken und Tun sollten sich Ihre Fragen oder Impulse ganz wesentlich orientieren. Ihr Interviewkonzept sollte hinreichend flexibel sein, um möglichst viel von jedem Kind erfahren zu können, indem Sie gemeinsam mit ihm an die Grenzen seines Wissens vorstoßen. Andererseits sollten Sie – zur Wahrung Ihres Forschungsinteresses – auch in der Lage sein, Ihre Leitfragen

bzw. die von Ihnen als wichtig erachteten Impulse einbringen zu können. Grundvoraussetzungen für die Durchführung eines Interviews sind fundierte Sachkenntnisse im thematischen Bereich sowie eingehende Vorüberlegungen dazu, welche unterschiedlichen Denkwege die Kinder einschlagen können.

Versuchen Sie dem Kind das Gefühl zu geben, Interviewpartnerin statt Prüferin zu sein. Vermeiden Sie negative Bewertungen; bemühen Sie sich stattdessen um eine angenehme, entspannte Gesprächsatmosphäre. Beginnen Sie nicht unbedingt mit dem eigentlichen Thema, sondern knüpfen Sie zunächst an Ereignisse aus dem Unterricht oder dem Alltag an.

Wählen Sie eingangs solche Aufgaben, die das Kind vermutlich erfolgreich lösen kann, um ihm Sicherheit und Motivation zu geben. Brechen Sie das Gespräch vorzeitig ab oder machen Sie eine Pause, wenn Sie das Gefühl haben, dass das Kind in einem Zustand ist, der konzentriertes Mitarbeiten unmöglich macht. Beenden Sie das Interview ebenfalls oder beginnen Sie es erst gar nicht, wenn offenkundig ist, dass das Kind zu einer ernsthaften Mitarbeit nicht bereit ist.

Erklären Sie dem Kind, warum es interviewt wird, etwa: „Du wirst jetzt nicht geprüft, sondern es geht darum, dass ich von dir lernen will, wie Schüler denken, was sie alles schon können und wo sie Schwierigkeiten haben.“ Bitten Sie das Kind, Ihr „Verbündeter“ zu sein und den Mitschülern zunächst einmal nichts von dem Interview zu erzählen, um es weniger wahrscheinlich zu machen, dass die Ergebnisse dadurch verfälscht werden, dass einige Kinder bereits über die Inhalte des Interviews informiert sind.

Sprechen Sie so, dass das Kind Ihre Äußerungen erfassen kann, verwenden Sie also möglichst wenige Fremdwörter und erwachsenentypische Satzkonstruktionen. Wiederholen oder umschreiben Sie Ihre Aussagen, falls Sie den Eindruck haben, dass das Kind Schwierigkeiten hat Sie zu verstehen.

Ihr Rede- und Erklärungsteil sollte möglichst gering sein. Es geht nicht um Ihr Geschick, etwas möglichst gut zu erklären, sondern vielmehr um die Kunst, herausfordernde Fragen zu stellen. Eine Frage ist dann „gut“, wenn sie das Kind dazu anregt, möglichst viel und offen

2. Angenehme Gesprächsatmosphäre

3. Transparenz

4. Herausforderung statt Belehrung

Leitfaden zur Durchführung von klinischen Interviews

1. Zielgerichtete Flexibilität

über seine Gedanken zu sprechen. Vermeiden Sie insbesondere, dem Kind den Erwachsenenstandpunkt „aufdrängen“ zu wollen – nicht einmal in der vielleicht gut gemeinten Weise des „Beibringens“ oder „Helfen-Wollens“. Enthalten Sie sich also „lehrertypischer“ Verhaltensweisen (Kenntnisse, Fertigkeiten oder Fähigkeiten vermitteln).

5. Annahme von Rationalität

Bedenken Sie, dass Kinder häufig anders denken und rechnen, als Sie selbst es tun oder von ihnen erwarten. Beziehen Sie stets die Möglichkeit ein, dass das Kind Ihre Frage oder Aufgabenstellung anders verstanden hat, als Sie sie gemeint haben. Rechnen Sie damit, dass die in Ihren Augen falsche Antwort des Kindes aus seiner Perspektive richtig sein kann. Lassen Sie daher das Kind immer ausreden und unterbrechen Sie es nicht sofort, wenn es Ihrer Meinung nach etwas Falsches gesagt hat. Ziehen Sie falsche, ungeschickte oder unverständliche Antworten als authentische Ausdrucksformen seiner Denkprozesse oder seines derzeitigen Entwicklungsstandes sorgfältig in Betracht. Sie werden sehen, dass „unsinnige“ Antworten häufig viel vernünftiger sind, als Sie beim ersten Hören vermuten. „Fehlerhaftes“ Denken beruht nicht selten auf einer *anderen* – und häufig unerwarteten – Sichtweise des Sachverhaltes. Auch sollten Sie es durchaus auch „aushalten“ können, wenn „fehlerhafte Äußerungen“ nicht unmittelbar berichtigt werden.

Erheben Sie nicht den Anspruch, alle Antworten des Kindes sofort verstehen zu müssen. Gestehen Sie ggf. dem Kind gegenüber ruhig ein, dass Sie etwas nicht verstanden haben, und bitten Sie um nochmalige Erklärung.

6. Erzeugung (sozio-)kognitiver Konflikte

Wenn ein Kind eine – aus Ihrer Perspektive – falsche oder unvollständige Antwort gibt, versuchen Sie, durch eine geeignete Nachfrage einen Widerspruch zwischen seiner Antwort und dem, was es weiß bzw. erkennen kann, zu erzeugen. Wenn das gelingt, entsteht ein sog. *kognitiver* Konflikt, ein dem Kind bewusster Widerspruch im eigenen Denken, den es nur durch die Veränderung eines der beiden widersprüchlichen Standpunkte ausräumen kann.

Soziokognitive Konflikte sind unterschiedliche Auffassungen prinzipiell gleichberechtigter Kommunikationspartner, in unserem Fall also der Kinder.

Soziokognitive Konflikte entstehen nicht selten automatisch in Gruppeninterviews. Bedenken Sie jedoch stets, dass ein Widerspruch, den ein Erwachsener sieht, von Kindern nicht notwendigerweise als solcher verstanden werden muss.

Zeigen Sie beim Zuhören und Beobachten eine Geduld, die weit über das in der Schule übliche Maß hinausgeht: Pausen sind selten tote Zeit, in denen ein Kind nicht in irgendeiner Form geistig aktiv ist. Unterdrücken Sie für eine Weile das Gefühl, dass das Interview stockt, und lassen Sie sich nicht zu vorschnellen Erklärungen oder Eingriffen hinreißen. Eine Bemerkung zu machen kann stets bedeuten, den Denkprozess des Kindes empfindlich zu stören. Wenn Sie interviewen, bewegen Sie sich also immer auf einem schmalen Grat zwischen Zurückhaltung und Initiative.

Versuchen Sie zu vermeiden, dass das Kind zu stark von Ihren Reaktionen gesteuert wird, weil dann die große Gefahr besteht, dass es hauptsächlich das sagt, was seiner Meinung nach von ihm erwartet wird. Seien Sie sich stets bewusst, dass unbewusste, in anderen Zusammenhängen erworbene Gesprächsroutinen wirksam sein können: Fragt der Erwachsene beispielsweise genauer nach, so nimmt das Kind an, dass etwas falsch war; sagt der Interviewer nichts, so vermutet es, dass das Gesagte richtig war. Sie sollten sich dieser „versteckten“ Regulierungen bewusst sein und diesen – sofern möglich – entgegensteuern. Mit anderen Worten: Zeigen Sie sich interessiert und streben Sie an nicht suggestiv zu sein.

Erinnern Sie sich daran, dass es auch für Sie in bestimmten Situationen schwierig ist, Rechenschaft darüber abzulegen, wie Sie auf eine bestimmte Lösung gekommen sind. Akzeptieren Sie daher, dass Kinder manchmal keine Auskunft geben. Kalkulieren Sie auch ein, dass eine Äußerung nicht unbedingt den ursprünglichen Lösungsweg reflektiert, sondern im Nachhinein (und auf Anfrage) zur Rechtfertigung der Antwort angeführt wird. Manchmal erscheinen Rückfragen wie „Wie hast du das gerechnet?“ oder „Wie bist du darauf gekommen?“ nicht so geeignet, wie die neutralere Frage „Woher weißt du das?“, die auch automatisierte Antworten zulässt. Es kann jedoch passieren,

7. Entdeckung der Langsamkeit

8. Achtung vor Gesprächsroutinen!

9. Relativität der Information

dass diese Frage die Kinder dazu anregt, ihr Ergebnis zu rechtfertigen anstatt den Rechenweg zu erläutern. Denken Sie auch daran, dass Sie Ihre Interpretationen des Denkens der Kinder vor dem Hintergrund Ihrer eigenen subjektiven Erfahrungen machen; andere Interviewerinnen würden möglicherweise ganz andere Deutungen geben.

10. Reflexion des Designs

Seien Sie sich bewusst, dass Kinder eine Leistung, die sie in einer bestimmten Situation nicht zeigen, unter anderen Umständen durchaus zeigen können. Wenn ein Kind einen Fehler begeht, muss das nicht unbedingt an ihm selbst liegen. Versuchen Sie daher stets, nicht nur seine Leistungen zu analysieren, sondern auch die Interviewbedingungen kritisch zu reflektieren. Unternehmen Sie möglichst einige „Probeläufe“, bei denen Sie das Interview unter „Ernstfallbedingungen“ testen, die sie jedoch bei der Auswertung Ihres Erkundungsprojekts nicht einbeziehen müssen. So bietet sich die Gelegenheit, über das Design des Interviews nachzudenken und es zu optimieren.

Zur Illustration des bisher Gesagten drucken wir im Folgenden ein vollständiges Transkript eines klinischen Interviews ab, das Verena Richter mit der Erstklässlerin Rena führte. Ziel der Untersuchung war die Erforschung der Vorkenntnisse im Umgang mit dem Dezimalsystem (vgl. Kapitel 5.2; E 3). Wir glauben, dass in ihm viele Aspekte wünschenswerten Interviewerverhaltens repräsentiert sind. Das heißt aber nicht, dass es sich um ein in unseren Augen fehlerfreies Musterinterview handelt.

Einleitung I: Also, ich werde dir jetzt ein paar Fragen stellen, Rena, ab und zu frage ich auch mal nach, dann möchte ich gern wissen, was du gerechnet hast, oder wie du darauf kommst, und wenn du mich nicht verstehst, kannst du mich auch fragen, o.k.?

R: (nickt zustimmend)

Zählen I: Als erstes möchte ich gern, dass du zählst.

R: **Bis wann? Bis wohin?**

47 vorwärts I: Ja, Moment, und zwar möchte ich, dass du bei 47 anfängst.

R: **Und bis wie viel?**

I: Ja zähl erst mal los.

R: **47, 48, (lückenlos) 69, 70, ...**

I: **Halt, hier machen wir erst mal stop.**

R: **... 71.**

92 vorwärts I: Kannst du auch von 92 weiterzählen?

R: **Bis 100?**

I: **Mach doch erst mal.**

R: **91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.**

I: *Und kannst du auch noch weiter?*

R: **Einmal hab ich bis tausend geschafft.**

I: *Ja, mach erst mal.*

R: **Weiß nicht mehr, wie es weiter geht.** (fängt jedoch unmittelbar an zu zählen) **101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110.**

I: *Und geht es auch noch weiter?*

R: **111, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120.**

I: *Kannst du auch von 210 weiterzählen?*

R: (überlegt) **Mhm** (verneinend).

I: *Nein?*

R: **Da war ich dreimal runtergekommen, als ich das wollte, bis tausend zählen. Um das zu wissen, welche Zahl dann kam. Nee, zehnmal, genau zehnmal.**

I: *Und von 200?*

R: (überlegt) **Wenn es mit dreihundert weitergeht.**

I: *Ja, dann mach von 300.*

R: **Dann eben mit vierhundert, mit fünfhundert, mit sechshundert, mit siebenhundert.**

I: *Nein, du sollst schon richtig zählen jetzt mal. Dann such dir einen Hunderter aus.*

R: **Dann nehm ich keinen Hunderter, sondern nur hundert.**

I: *Nee, von 100 hast du ja gerade schon gezählt, das hab ich ja schon gehört. Dann zähl doch mal von 200 weiter.*

R: **202, nein, 201, 202, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 220.**

999 vorwärts I: *Also kannst du doch von 210 weiterzählen, wie du eben gesagt hast. Und was kommt wohl nach 999?*

R: **Tausend.**

I: *Aha, und wie geht es wohl weiter?*

R: **1001, 1002, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, ...**

I: *Mhm.*

R: **... zehntausend.** (überlegt) **Nee, 1010, 1011, 1012 und immer so weiter.**

I: *Immer weiter? Ja gut. Dann wollen wir da erst mal aufhören mit Zählen, ja? Das klappt aber schon prima.*

Dezimalstruktur I: *Und jetzt habe ich noch Steckwürfel für dich. Und zwar sind das immer 10 Steckwürfel zu einer Stange. (gibt R eine Stange) Zähl mal nach, ob ich das richtig gemacht habe.*

R: (zählt mit Fingern die Stange ab) **2, 4, 6, 8, 10.**

I: *Stimmt's?*

R: (nickt)

26 Steckwürfel I: *O.k. Jetzt hab ich für dich erst mal diese. (legt 2 Stangen und 6 Einzelne)*

R: **20 sind das** (fasst die 2 Stangen zusammen), **und mit denen?** (zeigt auf die Einzelnen)

I: *Und alle zusammen?*

R: (überlegt) **26.**

I: *Wie hast du das ... wie bist du darauf gekommen?*

R: **Also, wenn ich das jetzt mal mit 10 machen würde** (nimmt eine Stange zur Seite), **dann kämen also 10 und 6 sind 16. Und 20** (nimmt die zur Seite gelegte Stange wieder dazu) **und 6 sind 26.**

56 Steckwürfel I: *Aha, und wenn ich da jetzt die dazulege? (legt 3 Stangen zu den 26 Steckwürfeln)*

R: (überlegt) **Fünfundsechzig. Oder? Äh, nein** (überlegt kurz) **56.**

I: *Warum 56? Wie bist du darauf gekommen?*

- R: **Wenn das 50 sind** (fasst die 5 Stangen zusammen) **und noch 6 dazu kommen, dann sind das 56. Oder 65, das weiß ich nicht.** (überlegt) **56.**
- 78 Steckwürfel**
 I: *Mhm. Und wenn ich noch die dazulege?* (legt zu den 56 Würfeln noch 2 Stangen und zwei Einzelne)
 R: (zählt auf dem Tisch die 2 Stangen zu den 5 Stangen hinzu) **60, 70,** (überlegt kurz) **dann sind es 78.**
 I: *Mhm.*
 R: **Nein, oder doch? 2, 4, 6, 8,** (zählt die Stangen und stutzt), **nein 7!** (beginnt die Einzelnen zu zählen) **Nein, das kann ich auch im Kopf, ohne Finger.** (zählt lautlos) **78.**
 I: *Mhm. Kannst du mir noch einmal erklären, wie du jetzt darauf gekommen bist?*
 R: (zeigt auf die zusammengefassten Stangen) **70.** (zählt per Hand die Einzelnen) **71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78.**
- 95 Steckwürfel**
 I: *Mhm, o.k.* (räumt Steckwürfel weg und legt 9 Stangen und 5 Einzelne) *Wie viele hab ich jetzt?*
 R: (zählt erst lautlos die Stangen ab und dann die Einzelnen) **95.**
- 105 Steckwürfel**
 I: *Mhm, und jetzt lege ich noch eine Stange dazu.* (legt zu den 9 Stangen noch eine weitere)
 R: **105. Nein, fünfhundert, nein, äh, fünfhundert, nein, wenn das jetzt 100 ... 105.**
 I: *Mhm. Kannst du mir auch erklären, wie du darauf kommst?*
 R: (zählt mit den Fingern die Stangen ab) **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,** (wendet sich den Einzelnen zu) **101, 102, 103, 104, 105.**
 I: *O.k.* (räumt die Steckwürfel ab)
- Zahlsymbole, Teil A**
43
 I: *Das klappt ja prima. Jetzt nehmen wir die mal weg und machen ein bisschen was anderes. Und zwar habe ich hier Zahlenkärtchen (zeigt Ziffernkärtchen), und jetzt möchte ich gerne, dass du mir die Zahlen vorliest, die ich dir lege.* (legt 43)
 R: **Vier drei.**
 I: *Kannst du die zusammenlesen?*
 R: **43.**
- 87**
 I: *Mhm.* (legt 87)
 R: **87.**
- 125**
 I: *Mhm.* (legt 125)
 R: **12.** (I hat erst 1 und 2 gelegt)
 I: *Halt, halt, hält.* (legt die 5)
 R: **Äh, 125.**
 I: *Mhm.*
 R: **Meine Schwester hat mir das beigebracht, dass man... bei Hunderterzahlen die erste und dann wie bei den richtigen von da nach da liest.** (zeigt von rechts nach links)
- 237**
 I: *Mhm.* (legt 237) *Kannst du mir das auch noch vorlesen?*
 R: **237.**
- 583**
 I: *Gut. Und jetzt vielleicht mal die?* (legt 583)
 R: **583.**
- 1327**
 I: *Prima, und jetzt noch die?* (legt 1327)
 R: **Ein hundred ..., nein, das äh ...** (überlegt) **äh, das kann ich nicht. Tausenderzahlen kann ich nicht so gut.**
 I: *Mhm. Also das ist ein Tausender, ja?* (zeigt auf die erste Stelle)
 R: **Ja, 4 Zahlen.**
 I: *4 Zahlen. Und jetzt warte mal, jetzt muss ich gerade mal was suchen.* (legt 300)
 R: **30** (I hat 2. Null noch nicht gelegt.) **Hundertdreißig, nein dreihundert, hundertdreißig, hundert... dreihundert, nein, hundertdreißig.**
 I: *Du hast mir doch eben gesagt, deine Schwester hätte*
- dir erklärt, wie man das lesen muss.*
 R: **Dreihundertnullnullzig, das gibt es aber nicht.**
 I: (nimmt eine Null weg) *Aber die kennst du.*
 R: **30.**
 I: (legt 130) *Die kennst du auch.*
 R: **130.**
 I: (legt 100) *Und die kennst du auch.*
 R: **100.**
 I: (legt wieder 300) *Und was hab ich jetzt?*
 R: **300.**
 I: *Mhm. Und wenn ich jetzt einfach die davorlege?* (legt eine 1 vor die 300) *Was habe ich dann?*
 R: **Etwa dreizehntausend, oder wie? Mhm** (überlegt). **Leider gibt es keine tausendeinhundertdreißig, oder doch?**
 I: *Die gibt es auch. Das ist aber nicht die Zahl, die ich dir gelegt habe. Soll ich dir mal die 1130 legen?* (legt 1130) *So sieht die 1130 aus.*
 R: (legt von selbst wieder die 1300) **Oder etwa tausenddreißig?**
 I: *Das wäre das* (legt ihr die 1030).
 R: (legt wieder 1300 und überlegt) **Kann ich nicht. Kann ich nicht.**
 I: *Geht nicht? Das ist die tausenddreihundert. Das ist aber auch nicht so schlimm, das kannst du ja eigentlich noch gar nicht wissen.*
 R: **Wenn wir bis 20 rechnen.**
 I: *Ja, eben.*
 R: **So rechne ich mit meiner Schwester auch schon ziemlich weit, und mit einer Freundin spielen wir auch manchmal Schule.**
 I: *Und was spielt ihr dann?*
 R: **Och, wenig Mathe, Deutsch, am meisten Sport, mh, weiß nicht ..., Kunst.**
- Zahlsymbole, Teil B**
 I: *So, jetzt möchte ich noch etwas anderes mit dir machen.*
 R: (guckt zur Kamera) **Du musst ja immer schräg gucken, oder etwa nicht?**
- 85 Steckwürfel**
 I: (legt von den Steckwürfeln 8 Stangen und 5 Einzelne) *Kannst du mir sagen, wie viele das sind?*
 R: (zählt erst Stangen und dann die Einzelnen) **85.**
 I: *Mhm. Jetzt habe ich diese Ziffernkärtchen hier, ne?* (legt die Ziffernkärtchen ausgebreitet hin) *Kannst du mir mit denen mal die Zahl legen, so wie ich das die ganze Zeit gemacht habe? Wie viele Steckwürfel das sind? Versuchst du das mal?*
 R: **Alle in eine Reihe? Oder wie?**
 I: *Du hast ja gerade gesagt, es sind 85 Steckwürfel. Kannst du mir die Zahl 85 mal legen?*
 R: (sucht passende Ziffern heraus und legt 85)
 I: *Mhm. Gut.*
 R: (vertauscht die Ziffern und legt 58) **Und das ist 58.**
 I: *Kannst du mir die 58 auch in Steckwürfeln legen? Pass auf, ich geb dir noch ein paar Steckwürfel.* (legt noch Einzelne auf den Tisch)
 R: (zählt leise Stangen ab) **10, 20, 30, 40, 50. 58?**
 I: *Ja, mhm.*
 R: (zählt noch 8 Einzelne dazu)
- 103 Steckwürfel**
 I: *Ja gut. Die nehmen wir jetzt erst mal alle weg.* (räumt Steckwürfel weg) *So, und jetzt möchte ich von dir wissen, wie viele das sind.* (legt 10 Stangen und 3 Einzelne)
 R: (zählt leise) **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.** (laut) **103.**
 I: *Kannst du das auch mit den Karten legen?*

126 Steckwürfel

- R: **Ähm, weiß ich nicht.** (sucht erst eine 1 heraus, dann eine 3 und dann eine 0 und legt 103)
- I: *Ja, prima.*
- R: **Und so ist 130.** (vertauscht 0 und 3)
- I: *Mhm.* (räumt Steckwürfel weg und legt 12 Stangen und 6 Einzelne) **Kannst du mir sagen, wie viel das sind?**
- R: (zählt leise, aber unverständlich. Scheint nach der 10. Stange kurz zu stocken) **Zweihundertsechs.**
- I: **Kannst du mir ein bisschen erklären, wie du darauf kommst?**
- R: (nimmt jeweils eine Stange) **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.** (nimmt die 11. Stange) **Einhundert** (stockt), **hunderterteins oder einhundert? Einhundert,** (nimmt die 12. Stange) **zweihundert,** (zählt jetzt die Einzelnen mit dazu) **zweihunderteins, zweihundertzwei, zweihundertdrei, zweihundertvier, zweihundertfünf, zweihundertsechs.**
- I: **Und wie würdest du das legen mit den Kärtchen?**
- R: (legt mit den Ziffernkärtchen zunächst 206, korrigiert sich aber unmittelbar zu 260) **Oder so. Nein.** (vertauscht wieder 0 und 6) **So. Wie geht 'ne sechzig? Das weiß ich nicht.** (vertauscht nochmals 0 und 6 zu 260 und dann wieder zu 206). **Nein, so.** (legt 260, schüttelt mit dem Kopf und legt wieder 206) **Ja, so bleibt's.**
- I: *So soll es bleiben?*
- R: (nickt)
- I: *O.k., pass mal auf. Wenn ich jetzt diese Zahl habe* (legt 126), *könntest du die legen mit den Würfeln?* (gibt ihr eine weitere Menge an Steckwürfeln)
- R: (zählt leise die Stangen ab, die seit Beginn der Aufgabe auf dem Tisch liegen) **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.** (zählt 11. und 12. Stange separat) **10, 20,** (bricht von einer weiteren Stange 6 zusammenhängend ab und legt sie dazu, hat also 126 Steckwürfel)
- I: *Aha. Jetzt gucken wir uns mal die an.* (zeigt auf die 6 Einzelnen, die sie zu Beginn der Aufgabe gelegt hatte) *Wenn ich die jetzt so nebeneinander lege, was passiert dann?* (legt die 6 Einzelnen in einer Reihe neben die 6 am Stück)
- R: **Ist das 6 und 6 da liegen...**
- I: *Mhm.*
- R: **... und das sind 12.**
- I: *Das waren ja die Würfel, die eben auch schon lagen, 'ne?* (zeigt auf die 12 Stangen und 6 Einzelnen)
- R: **Das sind die gleichen Würfel.**
- I: *Aber jetzt hast du mir eben erzählt, es käme 206 raus. Aber jetzt hast du mir ja gerade 126 (Steckwürfel) gelegt.*
- R: **Ja, wolltest du doch.**
- I: *Ja, aber das sind ja die gleichen Würfel, da haben wir keine zugelegt oder weggenommen.*
- R: **Oh, hä? Mmh.** (zählt nochmals) **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100.** (steckt die 6 Einzelnen zusammen und legt sie zu den 10 Stangen, nimmt sie wieder weg und legt noch eine Stange zu den 10, überlegt und legt die 12. Stange ebenfalls dazu. Überlegt. Nimmt 2 Stangen weg und zählt die 10 Stangen nochmals. Zählt dann die 2 separaten Stangen wieder dazu, ebenso die 6 zusammengesteckten Würfel) **Mh.**
- I: **Zu welchem Ergebnis bist du jetzt gekommen?**
- R: **Das geht nicht weiter. Ich weiß nicht, wie ich weitermachen soll.**
- I: *Du hast die doch, glaub ich, noch mal gezählt jetzt, 'ne?*
- R: **Ja, 10, 20, ... sind irgendwo weniger oder mehr oder wie oder was oder wo?**
- I: *Nein, das sind die gleichen Würfel, die hier eben auch lagen.*
- R: (zählt leise noch einmal) **10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100,** (unverständliches Gemurmel) ... **126.**
- I: *Was hast du jetzt gerade gezählt?*
- R: **100.** (teilt die 126 Steckwürfel in 10 Stangen und 26 Steckwürfel) **110, 120, 126.** (fasst nacheinander die 2 Stangen und die 6 weiteren zu den 10 Stangen)
- I: *Ja, welche Zahl von beiden ist jetzt richtig?* (zeigt auf 206 und 126)
- R: (schiebt 126 zu den Steckwürfeln) **Die gehört dazu. Und das hier sind hundertundsechs.** (nimmt 2 Stangen weg)
- I: *Mhm.*
- R: **Oder ist das eine sechzig?** (zeigt auf 206)
- I: *Nein, aber du hast ja eben gesagt: zweihundertsechs.*
- R: **Zweihundert, zweihundert, zweihundert, noch 2** (bricht von den 6 zusammengesteckten Würfeln 2 ab und legt sie zu den 10 Stangen), **und noch, mh,** (steckt zu den übrig gebliebenen 4 Würfeln wieder 2 dazu und legt sie ebenfalls zu den 10 Stangen und den 2 Einzelnen) **zweihundert,** (nimmt die 6 und 2 Steckwürfel wieder weg und zählt nun die 2 Stangen dazu), **hundert, einhundert, zweihundert** (stockt) **zweihundertsechzig mach ich draus** (tauscht bei 206 die 0 und die 6 und guckt I an). **Also weiter komm ich nicht. Das sind die gleichen Zahlen, nur irgendwie vertauscht.** (guckt sich die Zahlen 126 und 260 an, murmelt vor sich hin, legt dann wieder 206) **Das sind die gleichen Zahlen, nur eben in einer anderen Zahl.**
- I: *Mhm. Sollen wir an dieser Stelle erst mal aufhören?*
- R: **Ähm, das geht hier vielleicht mal so.** (legt 126 und 206 genau untereinander) **Wenn das hier, wenn das hier eine 1** (legt statt 206 eine 106), **dann wäre das vielleicht anders. Wenn ich aber hier, das sind zweihundert** (legt wieder 206), **und hier kommen auch noch** (zeigt jeweils auf die 2 in 126 und 206) **hundert kommen hier erst raus, hundert und zwanzig,** (überlegt) **zweihundert** (zeigt auf die 2 in 206), **sechshundert** (zeigt auf 6 in 206), **hundertzwanzig und noch 6 dazu** (zeigt auf 126) **sind die gleichen Zahlen, nur anders. Die gleichen Zahlen sind anders. Das geht aber nicht.**
- I: *Aber wenn du doch jetzt die Zahl hast* (legt 06) *und die Zahl hast* (legt 60 unter 06). *Was ist das ?* (zeigt auf 06)
- R: **6.**
- I: *Und was ist das?* (zeigt auf 60)
- R: **60.**
- I: *Sind das denn die gleichen Zahlen?*
- R: **Die Zahlen schon, aber nicht in der Ordnung.**
- I: *Ach so.*
- R: **6 und 0. Sind doch nicht in der gleichen Ordnung.** (zeigt mit den Fingern über Kreuz) **So wären sie in der gleichen Ordnung** (dreht 60 zu 06)
- I: *Mhm. Das hast du ja gut erkannt. Und was hätten wir, wenn wir jetzt die 2 Zahlen haben? Sind das dann die gleichen Zahlen?*
- R: **Die was?**
- I: *Die beiden Gleichen.* (zeigt auf 206 und 126)
- R: **Die sind gleich.** (meint evtl. die Ziffer 6 am Ende) **Aber der Rest ist nicht gleich. Höchstens die sind wieder schräg.** (zeigt auf 2 in 206 und 126)
- I: *Mhm. Ich denke, an dieser Stelle hören wir jetzt erst mal auf, oder?*
- R: (nickt)
- I: *Wird ein bisschen viel, mh?* (räumt Steckwürfel weg)

- Zahlreihe** I: *So jetzt schieben wir die erst mal ein bisschen weg (meint Ziffernkärtchen), die brauchen wir gerade nicht. Jetzt habe ich hier noch mal Zahlenkärtchen, und die lege ich jetzt der Reihe nach hin. Und zwar fange ich mit der kleinsten Zahl an, die ich habe (legt 4) und lege immer eine größere daneben, ne? (es liegen 4, 6, 7, 9) Mit der kleinsten bin ich angefangen, und mit der größten hab ich aufgehört. Kannst du das jetzt vielleicht mal mit diesen Zahlen, die ich hier habe, auch so machen? (legt ungeordnet 17, 25, 31, 43, 52, 64 auf den Tisch) Dass du mit der kleinsten anfängst und mit der größten aufhörst?*
- R: (beginnt mit 17 und 25, überlegt, legt 31 daneben, überlegt und legt 43, 52 und 64 in der richtigen Reihenfolge)
- I: *Mhm, gut. Jetzt habe ich noch ein paar Zahlen. Kannst du mir die mal vorlesen? (legt 108)*
- R: **Einhundertachtzig, oder einhundertacht. Einhundertacht.**
- I: *Ja. Und die? (legt 180)*
- R: **180.**
- I: *Und die? (legt 157)*
- R: **157.**
- I: *Und die? (legt 161)*

- R: **161.**
- I: *Und noch die? (legt 175)*
- R: **175.**
- I: *Könntest du die vielleicht auch ordnen?*
- R: (beginnt mit 108, überlegt, legt 157 und 161 daneben, überlegt, legt dann 175 und 180 an)
- I: *Mhm, gut. Kannst du mir vielleicht erklären, wonach du die geordnet hast? Worauf du geachtet hast?*
- R: (schüttelt verneinend den Kopf) **Da 8 (zeigt auf 108). Nach der 8 kommt ja wohl keine 80, jetzt mal ohne hundert, keine 80, auch keine 75, 76, keine 61, davor kommt 57.**
- I: *Mhm. Prima. Ja, dann sind wir auch schon fertig. Hast du ganz prima mitgearbeitet. Vielen Dank.*

Wir lassen das Interview unkommentiert, weil wir der Leserin zutrauen, im beschriebenen Verlauf des Interviews selbst die Beispiele für wünschenswertes Interviewerverhalten wiederzufinden und zudem die Schwierigkeiten aufzudecken, mit denen die Interviewerin im Verlauf des Interviews konfrontiert war.

NICHT VERGESSEN - AUFGEESSEN

Die Familie sitzt beim Abendbrot. Der dreieinhalbjährige Fabian zählt seine Häppchen. „Eins – zwei – drei – vier – fünf – sechs – sieben – acht – neun.“ Dann isst er ein Häppchen auf und zählt erneut: „Eins – zwei – drei – vier – fünf – sieben – acht – neun.“ „Du hast die Sechs vergessen“, korrigiere ich ihn. „Es heißt doch fünf – sechs – sieben.“ Erstaunt sieht er mich an und erklärt: „Nein, die hab ich nicht vergessen. Die ist doch schon in meinem Bauch.“

Anita Winning

5.2 Erkundungsprojekte

In diesem Kapitel geben wir neun erprobte Interviewvorschläge an. Wir verstehen diese allerdings nicht als „der Weisheit letzten Schluss“, sondern als für ein jeweils bestimmtes Schuljahr konzipierte Orientierungshilfen und Arbeitsgrundlagen für Personen, die Interviews durchführen wollen. Unsere Vorschläge sollten dann ggf. in Abhängigkeit vom jeweiligen Erkenntnisinteresse und den Rahmenbedingungen modifiziert werden. Jeder Vorschlag ist entlang von vier Leitfragen strukturiert: Worum geht es? Was wird benötigt? Wie kann man vorgehen? Wie könnte es anders gehen?

E 1: Bildsachaufgaben zu arithmetischen Vorkenntnissen

Worum geht es?

Schulanfänger sind keine Lernanfänger. Und warum sollte es in der Mathematik anders sein als im Bereich Sprache, wo die Schüler beispielsweise eine ganze Reihe von Buchstaben kennen – ein Drittel von ihnen kann sechzehn oder mehr Buchstaben benennen – und über vielfältige Erfahrungen im (naiven) Umgang mit der Schrift verfügen? Man sollte allerdings auch nicht in eine „Kompetenz-Euphorie“ verfallen, die überall „kleine Genies“ vermutet, sondern stets versuchen eine differenzierte Einschätzung zu erhalten, die der Heterogenität der Schülerleistungen in hinreichendem Maße Rechnung trägt.

Im Folgenden wollen wir ein Erkundungsprojekt zu arithmetischen Vorkenntnissen vorstellen (vgl. Knapstein & Spiegel 1995), das sich Testaufgaben zunutze macht, die ursprünglich dafür entwickelt wurden, dass eine Lehrerin sie im Klassenverband oder im Förderunterricht während der ersten Schulwochen einsetzen kann. Die Aufgaben können jedoch auch im Rahmen von Interviews gestellt werden und so ein noch höheres Maß an Informationen über die Kompetenzen und Defizite der Kinder – aber auch derjenigen des Tests – liefern. Der Test, dessen Aufgaben in Anlehnung an vergleichbare, in den Niederlanden entwickelte Aufgaben (vgl. van den Heuvel-Panhuizen 1995) konzipiert worden sind, besteht aus einem Kerntest und möglichen Zusatzaufgaben bzw. Alternativen. Der *Kerntest* enthält Aufgaben zu den folgenden Themengebieten:

- Anzahlbestimmung
- Orientierung im Zwanzigerraum (hier: Vorgänger bestimmen)
- Addition und Subtraktion im Kontext „Bahnfahren“ (abzählbar und nicht abzählbar)
- Addition und Subtraktion im Kontext Geld

Die *Zusatzaufgaben* decken dieselben Themengebiete ab und werden durch Aufgaben zur symbolischen Addition und Subtraktion ergänzt. Sie können entweder dazu dienen, detailliertere Aussagen über Vorkenntnisse einzelner Kinder zu erhalten, oder eine Alternative zu den im Kerntest vorgeschlagenen Aufgaben bieten. Die endgültige Zusammenstellung der Aufgaben liegt also im Ermessen derjenigen Person, die das Erkundungsprojekt durchführt.

Zu jeder Aufgabe gehört ein Testblatt, das jeweils in zwei Hälften geteilt ist. Die obere Hälfte zeigt die bildliche Darstellung der Aufgabe und die untere eine Zahlenwolke mit den Zahlen von 0 bis 10 (bzw. von 10 bis 20 bei einigen Zusatzaufgaben). Das Bild soll als Unterstützung (und gegebenenfalls auch als Hilfestellung) zu der mündlich zu stellenden Aufgabe dienen. In der Zahlenwolke soll das Ergebnis der jeweiligen Aufgabe kenntlich gemacht werden.

Die Zahlen sind dort ungeordnet notiert worden, da eine Darstellung in Form einer Zahlenreihe bei manchen Aufgaben eine nicht erwünschte Hilfe sein könnte. Es hat sich bewährt, die Kinder zu bitten, die von ihnen ermittelte Zahl einzukreisen statt sie durchzustreichen, da Letzteres von manchen Kindern als Ungültigmachen verstanden wird.

Die Bearbeitung des Tests im Klassenverband setzt bei den Kindern Ziffernerkenntnis voraus, die bei vielen Schulanfängern vorhanden ist (vgl. z.B. Schmidt 1982). Im Rahmen von Interviews ist es jedoch möglich, dass die Interviewerin das Einkreisen der von den Kindern genannten Zahlen übernimmt, sofern das erforderlich ist (zu einer „symbolfreien“ Erkundung vgl. E 2).

Auf jedem Blatt befindet sich oben rechts die Kurzbezeichnung der jeweiligen Testaufgabe. Die Buchstaben kennzeichnen das Thema der Aufgabe und die Zahlen die Zugehörigkeit zum Kerntest (1) bzw. zu den Zusatzaufgaben (2, 3). Die jeweilige Zuordnung kann der Übersichtstabelle (S. 120) entnommen werden.

Die Kontexte werden im Verlauf des Tests nur behutsam variiert. Ein zu häufiger Wechsel erzeugt möglicherweise Schwierigkeiten, weil sich die Schüler in jeden Sinnzusammenhang neu hineindenken müssen. Aus diesem Grund werden beispielsweise die abzählbare und die nicht abzählbare Addition und Subtraktion in demselben Kontext behandelt (Eisenbahn). Der Kontext „Geld“ stellt eine Art Zwischenstufe zwischen abzählbarer und nicht abzählbarer Addition bzw. Subtraktion dar und greift zudem einen Erfahrungsbereich der Kinder auf. Bei diesen Aufgaben können einzelne Schüler unerwartete Stärken oder auch Schwächen zeigen, je nachdem wie umfangreich die Erfahrungen sind, die sie innerhalb dieses Bereichs schon sammeln konnten.

Aufgrund des in den meisten Klassen sehr heterogenen Leistungsbildes erfolgte bei der Wahl der Zahlengröße *im Kerntest* eine Beschränkung auf den Zahlenraum bis 10, um etwaigen Frustrationen oder spontanen Blockaden wegen zu großer Zahlen vorzubeugen. Aufgaben mit Zahlen im Bereich von 10–20 erheben einen höheren Anspruch und kommen nur in *einigen Zusatzaufgaben* vor. Für weitere Informationen über den Aufbau des Tests und dessen Durchführung im Klassen- oder Förderunterricht vgl. Knapstein & Spiegel (1995).

Was wird benötigt?

Aus den Kopiervorlagen kann ein Mini-Testbuch der Größe DIN A6 hergestellt werden, indem die Blätter entsprechend auseinander geschnitten und dann (der gewünschten Reihenfolge nach geordnet) oben links zusammengeheftet werden. Während diese Lösung für die Durchführung des Tests mit größeren Kindergruppen als angemessen erscheint, ist es im Rahmen von Interviews mit einem oder zwei Kindern durchaus auch möglich, flexibler auf die Kompetenzen der einzelnen Kinder einzugehen und die Aufgaben in Form einer Loseblattsammlung variabel einzusetzen. Die Kinder benötigen lediglich einen Stift. Es ist hilfreich, Spielgeld oder echtes Geld sowie Wendeplättchen oder andere Zählobjekte bereitliegen zu haben, um dieses ggf. den Kindern als Hilfe an die Hand geben zu können.

Wie kann man vorgehen?

Zur Einstimmung empfiehlt es sich, die Kinder darüber zu informieren, dass es überhaupt nicht schlimm ist, wenn sie Aufgaben nicht bewältigen können. In unseren Interviews hat es sich bewährt, das Mini-Testbuch als Knobelbuch für ältere Kinder vorzustellen, das die Erstklässler auch einmal ausprobieren dürfen. Wie auch immer die Einstimmung formuliert oder gestaltet wird, es sollte den Kindern in jedem Fall die Angst vor Versagen oder Leistungsdruck genommen werden.

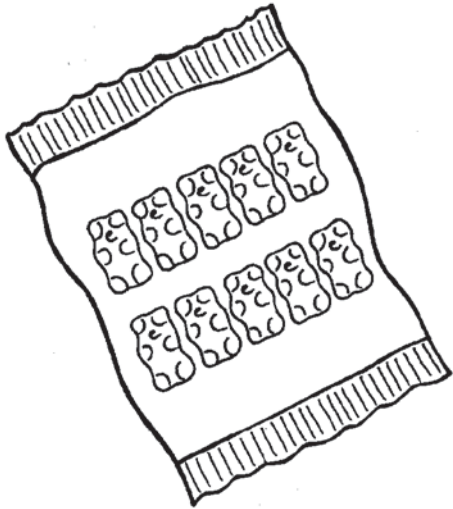
Anschließend erhält jedes Kind ein Mini-Testbuch sowie einen Stift und wird mit dem Beantwortungsverfahren – dem Suchen und Einkreisen der Ergebniszahl in der Zahlenwolke – vertraut gemacht. Kinder, für die die „Lücke“ bei der Linealaufgabe (Vorgänger bestimmen) oder die leeren Kästchen bei der symbolischen Addition und Subtraktion einen Anreiz darstellen, ihre Ergebniszahlen dort einzutragen, sollten dies auch tun dürfen.

Die Interviewerin legt dann den Kindern die Testblätter der Reihe nach vor und stellt den Kindern die zugehörige Aufgabe. Sie sollte die Aufgabentexte dabei möglichst nicht ablesen, sondern frei formulieren – Anregungen hierzu finden sich in der Übersichtstabelle. Um etwas über arithmetische Kompetenzen zu erfahren, ist es besonders wichtig, dass den Kindern das Verständnis des jeweiligen Kontextes möglichst wenig Probleme bereitet. Deshalb ist es durchaus legitim und sogar erwünscht, die jeweilige Situation so auszuschnücken, dass sie den Kindern klar verständlich ist und eventuell sogar einen besonderen Anreiz darstellt. Die Schüler sollen ja nicht daran scheitern, dass sie nicht verstehen, worum es geht.

Wie könnte es anders gehen?

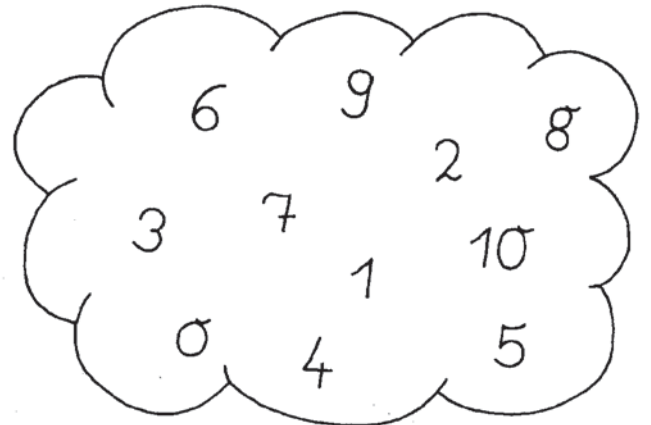
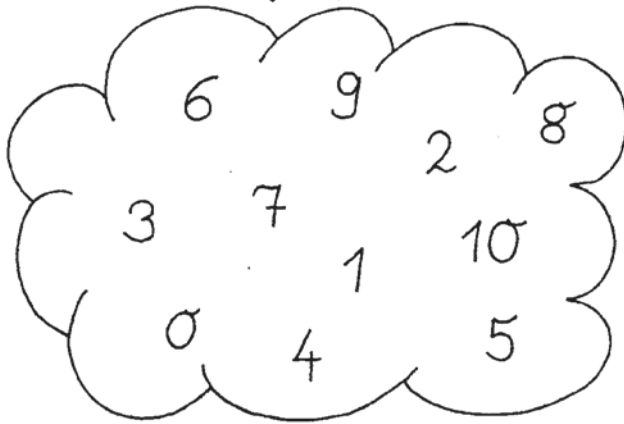
Auf mögliche Varianten bzw. Ergänzungen sind wir schon eingegangen. Will man sich ein umfassenderes Bild von dem verschaffen, was die Schulanfänger an arithmetischem Vorwissen mitbringen (können), kann man von den im Erkundungsprojekt E 2 aufgeführten Vorschlägen Gebrauch machen.

Literaturhinweise: Baroody (1989); de Corte & Verschaffel (1987); Geary (1994); Gelman & Gallistel (1978); Ginsburg (1977); Hengartner & Röthlisberger (1995, 84); Hendrickson (1979); Hughes (1986); Knapstein & Spiegel (1995); Krauthausen (1994, 36ff.); Selter (1995); Schmidt & Weiser (1982); Padberg (1986, 28ff.); Spiegel (1992).



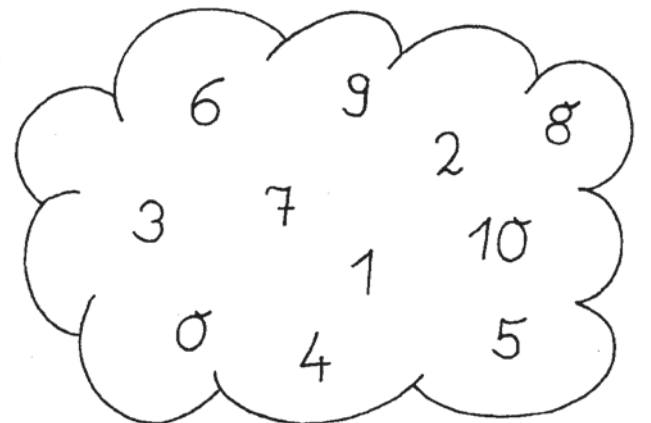
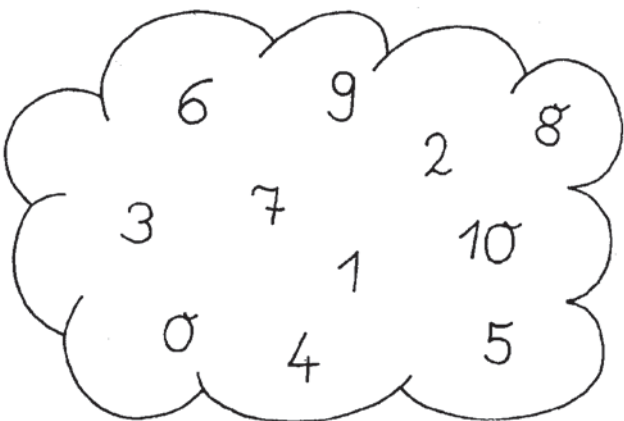
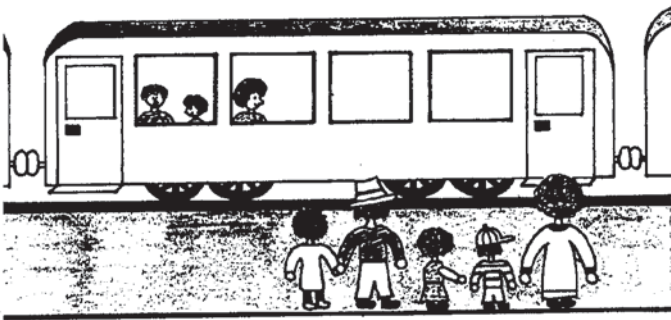
Ab1

V1



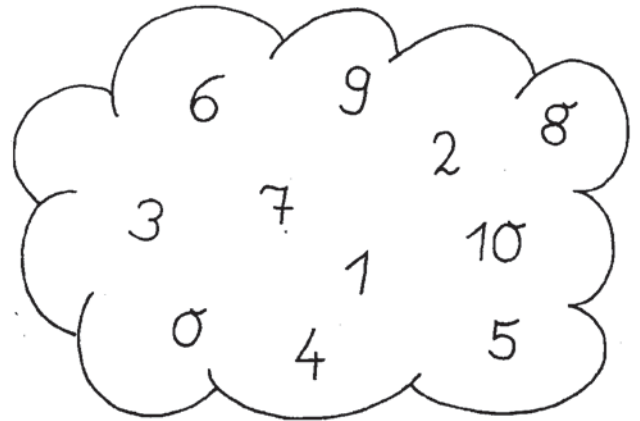
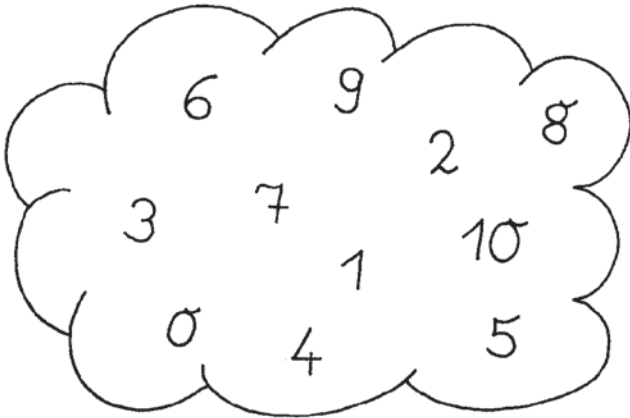
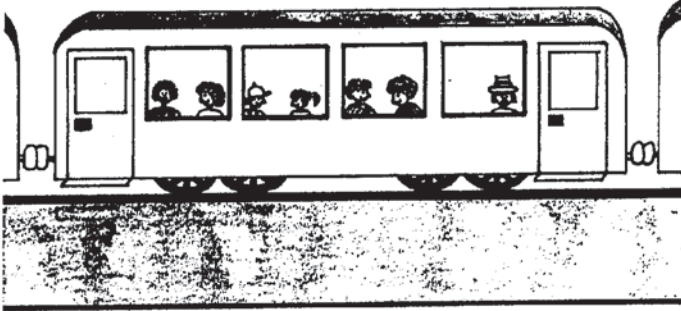
Az

Anz 1



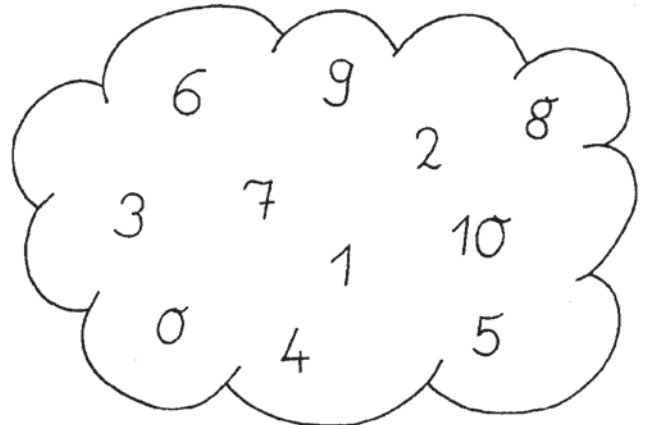
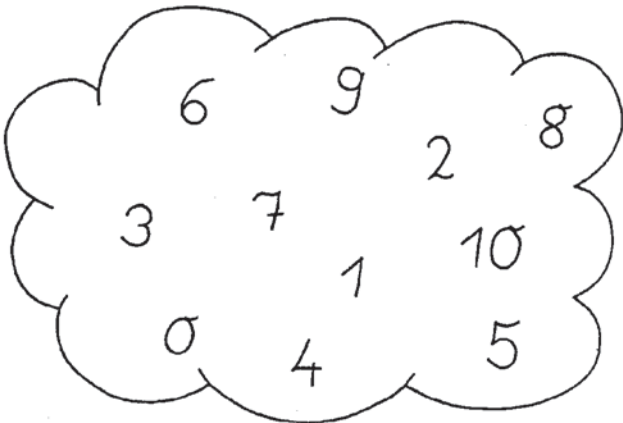
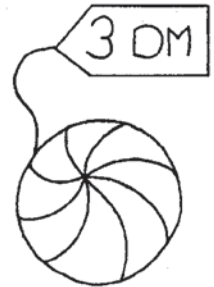
Sz

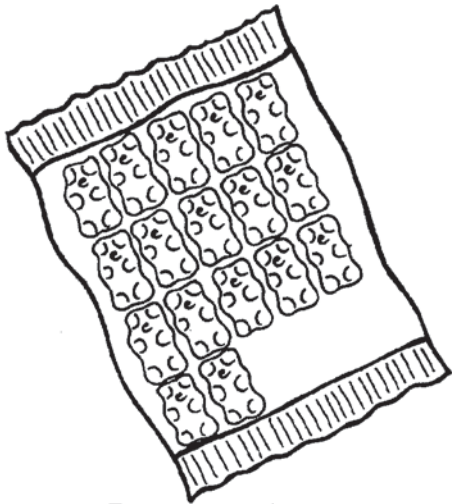
Snz1



AG1

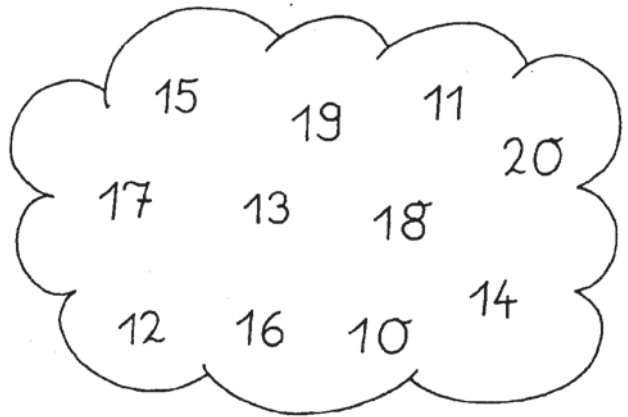
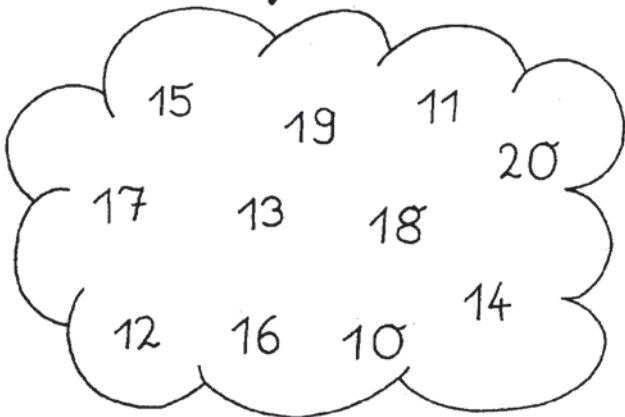
SG1





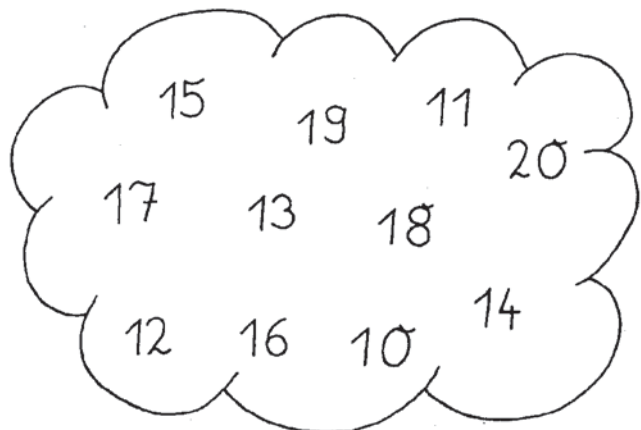
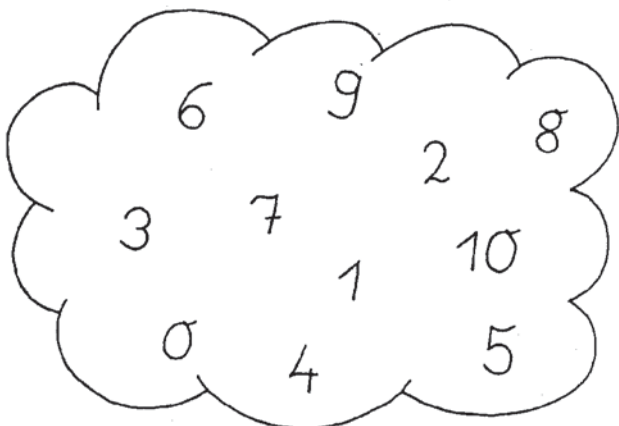
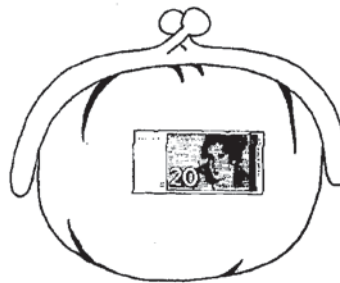
Ab2

V2

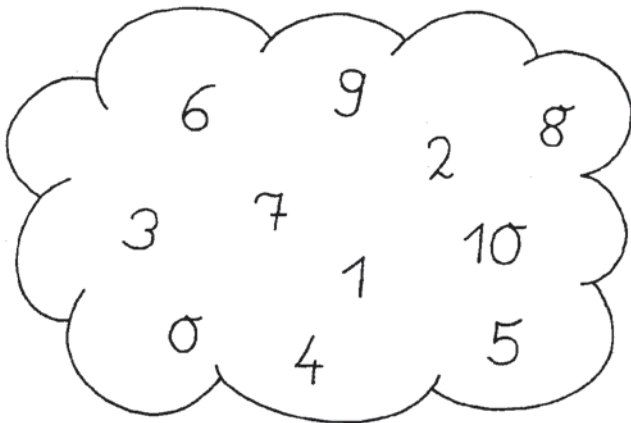


AG2

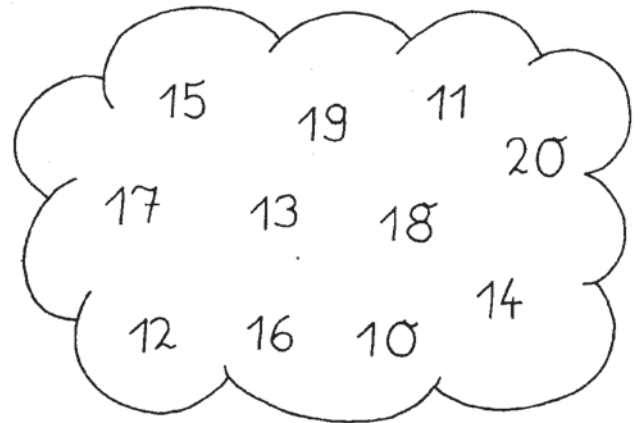
SG2



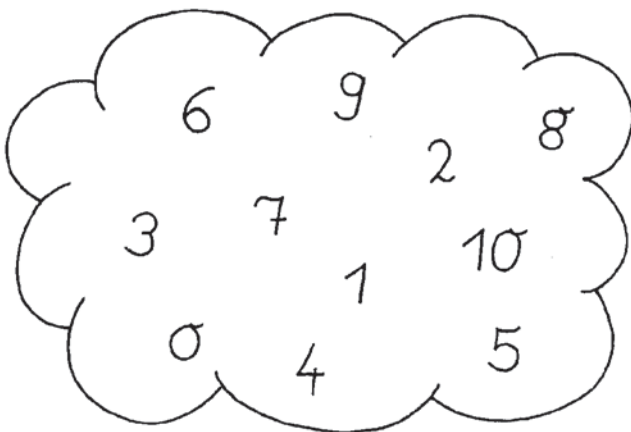
Anz 2



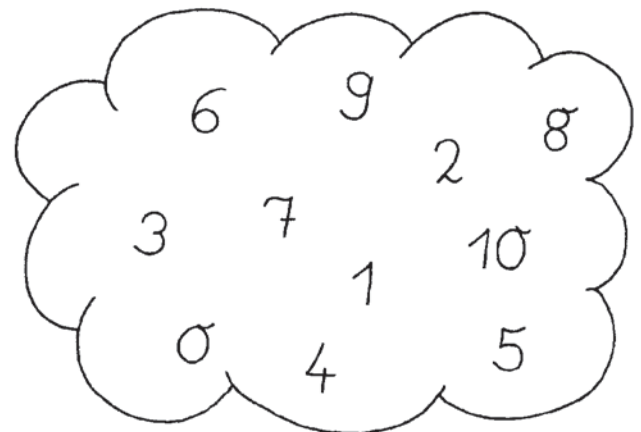
Anz 3



Snz 2

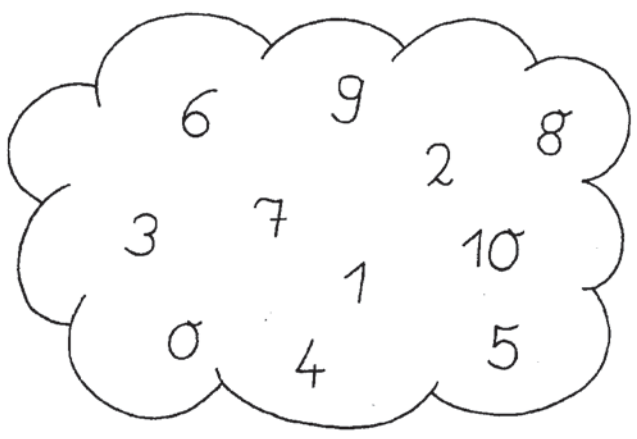


Snz 3



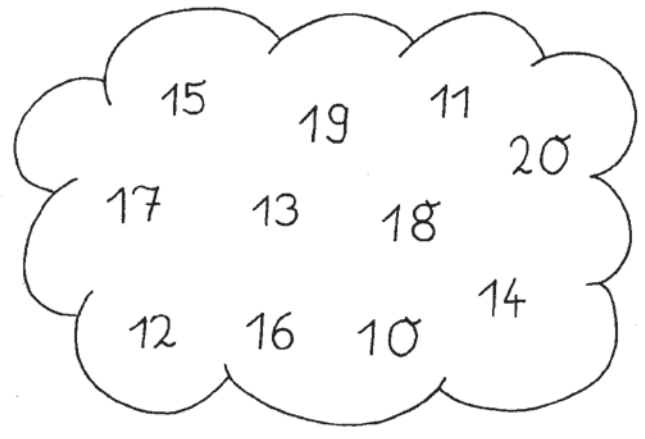
As 1

$$4 + 2 = \square$$



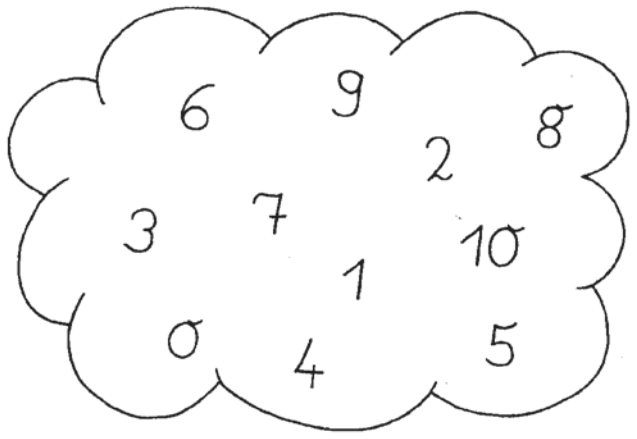
As 2

$$7 + 4 = \square$$



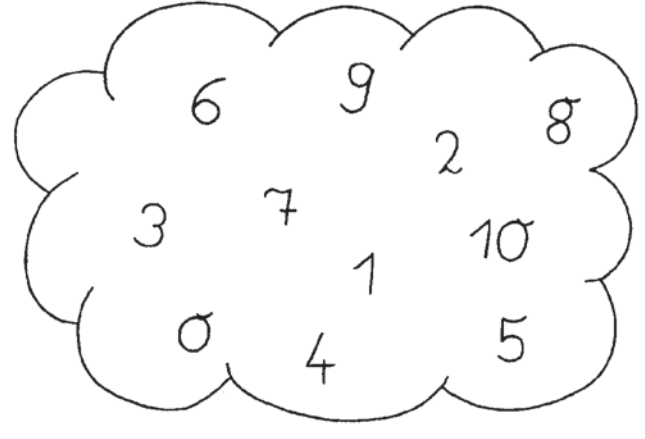
Ss 1

$$5 - 2 = \square$$



Ss 2

$$13 - 4 = \square$$



Übersichtstabelle zu E1

| Thema | Abkürzung | Zahlvariation | Term | Aufgabentext |
|-------------------------------|-------------------------|---------------|--|---|
| Abzählen | Ab 1 Ab 2 | 10 17 | | Du siehst hier eine Tüte Gummibärchen. Finde heraus, wie viele Gummibärchen in der Tüte sind, und kreise die gefundene Zahl in der Wolke ein. |
| Vorgänger | V 1 V 2 | 4 11 | | Auf diesem Lineal fehlt vorne eine Zahl. Finde heraus, welche es ist, und kreise sie in der Wolke ein. |
| Addition – abzählbar | Az | 8 | $(3 + 5)$ | In diesem Waggon sitzen 3 Personen. Am Bahnhof steigen noch 5 Personen ein. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein. |
| Addition – nicht abzählbar | Anz 1 Anz 2 Anz 3 | 10 7 12 | $(8 + 2)$ $(2 + 5)$ $(9 + 3)$ | Jetzt sollst du dir einen Waggon vorstellen, in dem 8 (2; 9) Personen sitzen. Am Bahnhof steigen noch 2 (5;3) Personen ein. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein. |
| Subtraktion – abzählbar | Sz | 3 | $(7 - 4)$ | In diesem Waggon sitzen 7 Personen. Am Bahnhof steigen 4 Personen aus. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein. |
| Subtraktion – nicht abzählbar | Snz 1 Snz 2 Snz 3 | 4 5 8 | $(6 - 2)$ $(9 - 4)$ $(11 - 3)$ | Stell dir nun einen Waggon vor, in dem 6 (9;11) Personen sitzen. Am Bahnhof steigen 2 (4;3) Personen aus. Wie viele Personen sitzen dann in dem Waggon? Kreise die Zahl in der Wolke ein. |
| Addition – Geld | AG 1 AG 2 | 8 4 | $(5 + 2 + 1)$ $(2 + 1 + 0,5 + 0,5)$ | Finde heraus, wie viel Mark in diesem Portemonnaie sind und kreise die gefundene Zahl in der Wolke ein. |
| Subtraktion – Geld | SG 1 SG 2 | 7 13 | $(10 - 3)$ $(20 - 7)$ | Stell dir vor, du gehst mit diesem Portemonnaie einkaufen und kaufst den Ball (die Kappe) für 3 (7) Mark. Wie viel hast Mark du nachher noch übrig? Kreise die Zahl in der Wolke ein. |
| Addition – symbolisch | As 1 As 2 | 6 11 | $(4 + 2)$ $(7 + 4)$ | Finde heraus, welche Zahl in das leere Kästchen gehört, und kreise die Zahl in der Wolke ein. |
| Subtraktion – symbolisch | Ss 1 Ss 2 | 3 9 | $(5 - 2)$ $(13 - 4)$ | Finde heraus, welche Zahl in das leere Kästchen gehört und kreise die Zahl in der Wolke ein. |

E 2: Schachtel- und Textaufgaben zu arithmetischen Vorkenntnissen

- Worum geht es?** Rechnen können fängt nicht erst damit an, auf einen Reiz in Form einer mündlichen Frage wie „Wie viel ist drei und (plus) vier?“ oder in Form des Terms „ $3+4$ “ mit der Antwort „sieben“ oder dem Zahlzeichen „7“ reagieren zu können. Mit Hilfe der Schachtelaufgaben kann man weitgehend sprachfrei – auf jeden Fall jedoch symbolfrei – feststellen, dass und in welchem Umfang Kindergartenkinder bzw. Schulanfänger schon Additions- und Subtraktionsaufgaben im Kopf (oder mit den Fingern) lösen können, die den folgenden Gleichungen entsprechen: $a+b=x$, $a-b=x$ und $a-x=b$, wobei a und b die bekannten und x die gesuchte(n) Zahl(en) repräsentieren.
- Interessant ist bei diesen Aufgaben nicht nur, bis zu welchem Schwierigkeitsgrad ein Kind sie lösen kann; dieser wird beispielsweise durch die Größe der dazukommenden bzw. wegzunehmenden Anzahlen bestimmt. Lohnenswert ist darüber hinaus auch eine Analyse, welche Strategien es hierbei benutzt (vgl. Spiegel 1992): mit den Fingern rechnen, im Kopf vorwärts oder rückwärts zählen, Zuhilfenahme schon automatisierter Beziehungen (z.B. $3+3=6$, also $3+4=7$). Diese Klassifizierung ist allerdings nur eine äußerst grobe (vgl. auch Padberg 1986, 37ff.; Ginsburg 1977; Hughes 1986; Gelman & Gallistel 1978).
- Was wird benötigt?** Zählmaterial (Steckwürfel, einfache Holzwürfel, Wendeplättchen, Muscheln o.ä.) sowie ein deckelloser Schuhkarton, bei dem eine der beiden längeren Seitenwände entfernt ist.
- Wie kann man vorgehen?** Die Schachtel wird „verkehrt herum“ auf den Tisch gestellt, so dass deren Unterseite nach oben zeigt und das Kind die fehlende Seitenfläche nicht sieht. Bei Aufgaben des Typs $a+b=x$ legt die Interviewerin nun eine bestimmte Menge von Würfeln (z.B. 5) neben die Schachtel und fragt das Kind nach deren Anzahl. Anschließend schiebt sie die Würfel hinein und wiederholt diesen Prozess mit einer weiteren Menge von Würfeln. Hierbei nimmt sie also beispielsweise noch einmal vier Würfel, lässt das Kind deren Anzahl ermitteln und schiebt auch diese unter die Schachtel. Dann fragt sie, wie viele nun darin liegen.
- Bei Aufgaben des Typs $a-b=x$ zeigt sie dem Kind eine bestimmte Menge von Würfeln, verdeckt diese dann mit der Schachtel, nimmt welche heraus, zeigt sie dem Kind und erkundigt sich, wie viele noch in der Schachtel sind. Bei Aufgaben des Typs $a-x=b$ schließlich zeigt sie dem Kind nicht die herausgenommenen Würfel, sondern diejenigen, die noch in der Schachtel liegen, und fragt dann, wie viele sie herausgenommen hat. Weitere Einzelheiten sowie die Schilderung des Verlaufs eines Interviews haben wir im Kapitel 3.1 abgedruckt.
- Wie könnte es anders gehen?** Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben ist abhängig von der Größe der beteiligten Zahlen, dem Aufgabentyp sowie der Art der Präsentation (man kann z.B. auch den 2. Summanden offen liegen lassen; vgl. hierzu auch die in E 3 angegebenen Varianten). Man sollte in jedem Fall ein breit gefächertes Schwierigkeitsspektrum von Aufgaben vorbereitet haben, damit man jedes Kind seinen Kompetenzen entsprechend fordert.
- Die Schachtelaufgaben haben den Vorzug, dass sprachliche Kompetenzen nahezu keine Rolle spielen und sie daher eine vergleichsweise einfache Art von Aufgabenstellung darstellen. Das Spektrum der Anforderungen kann erweitert (dadurch aber nicht notwendigerweise in jedem Fall auch erschwert) werden, wenn man Textaufgaben zur Addition und Subtraktion hinzunimmt. Welches große Spektrum unterscheidbarer Textaufgaben denkbar ist, kann der nachfolgend abgedruckten Übersicht aus Lange & Schulze (1995) entnommen werden. Sie stellt eine Art Reservoir dar, aus dem man für seine speziellen Zwecke beliebig Aufgabentypen nehmen und die Wahl der Zahlen und des Kontextes an seine Zwecke anpassen kann. Es handelt sich bei der Tabelle um eine sehr feine Auflösung: So werden nicht nur sechs unterschiedliche Situationstypen und drei mögliche Positionen der unbekannteren Größe unterschieden; darüber hinaus wird auch kenntlich gemacht, ob die jeweils kleinere (hier: $a=5$) oder die jeweils größere Zahl (hier: $b=8$) gesucht wird. Somit ergeben sich insgesamt $6 \cdot 3 \cdot 2 = 36$ Aufgabentypen zur zweigliedrigen Addition bzw. Subtraktion – ein Beleg für den hohen Grad an Komplexität eines anscheinend so simplen Lerninhalts.

Unterscheidbare Textaufgaben zu Addition und Subtraktion

| Situationstyp | Unbekannte Größe | | |
|-----------------------------------|---|---|--|
| Zusammenfügen | Ausgangsgröße | Hinzugefügtes | Ergebnis |
| | $x + b = c$ oder $x + a = c$ Susi hat einige Murmeln. Marion gibt ihr noch 8 (5) dazu. Jetzt hat Susi 13. Wie viele Murmeln hatte Susi am Anfang? | $a + x = c$ oder $b + x = c$ Susi hat 5 (8) Murmeln. Wie viele braucht sie noch, damit sie insgesamt 13 hat? | $a + b = x$ oder $b + a = x$ Susi hat 5 (8) Murmeln. Marion schenkt ihr noch 8 (5) dazu. Wie viele Murmeln hat Susi jetzt insgesamt? |
| Wegnehmen | Ausgangsgröße | Weggenommenes | Ergebnis |
| | $x - b = a$ oder $x - a = b$ Susi hat einige Murmeln. Davon schenkt sie Marion 8 (5). Sie hat noch 5 (8) übrig. Wie viele Murmeln hatte Susi am Anfang? | $c - x = a$ oder $c - x = b$ Susi hat 13 Murmeln. Sie schenkt davon einige Marion. Sie behält 5 (8) übrig. Wie viele Murmeln hat sie Marion geschenkt? | $c - b = x$ oder $c - a = x$ Susi hat 13 Murmeln. Sie schenkt davon 8 (5) Marion. Wie viele Murmeln hat Susi noch übrig? |
| Teil-Teil-Ganzes | Größerer Teil | Kleinerer Teil | Ganzes |
| | $x + a = c$ oder $a + x = c$ Susi hat 13 Murmeln. Einige (5) davon sind rot, 5 (der Rest) sind (ist) blau. Wie viele rote (blaue) Murmeln hat Susi? | $x + b = c$ oder $b + x = c$ Susi hat 13 Murmeln. Einige (8) davon sind blau, 8 (der Rest) sind (ist) rot. Wie viele blaue (rote) Murmeln hat Susi? | $a + b = x$ oder $b + a = x$ Susi hat 5 (8) rote und 8 (5) blaue Murmeln. Wie viele hat sie insgesamt? |
| Vergleichen | Menge mit der größeren Anzahl | Menge mit der kleineren Anzahl | Unterschied |
| | $a + b = x$ oder $b + a = x$ Susi hat 5 (8) Murmeln. Marion hat 8 (5) mehr als Susi. Wie viele Murmeln hat Marion? | $c - b = x$ oder $c - a = x$ Susi hat 13 Murmeln. Sie hat 8 (5) mehr als Marion. Wie viele Murmeln hat Marion? | $a + x = c$ oder $b + x = c$ Susi hat 5 (8) Murmeln. Marion hat 13. Wie viele Murmeln hat Marion mehr als Susi? |
| Ausgleichen durch Ergänzen | Menge mit der kleineren Anzahl | Ausgleichsgröße | Menge mit der größeren Anzahl |
| | $x + b = c$ oder $x + a = c$ Susi hat einige Murmeln. Marion hat 13. Susi bekommt noch 8 (5) dazu. Nun hat sie genauso viele wie Marion. Wie viele Murmeln hatte Susi am Anfang? | $a + x = c$ oder $b + x = c$ Susi hat 5 (8) Murmeln. Marion hat 13. Wie viele muss Susi noch dazutun, damit sie genauso viele Murmeln wie Marion hat? | $a + b = x$ oder $b + a = x$ Susi hat 5 (8) Murmeln. Sie bekommt noch 8 (5) dazu, damit sie genauso viele wie Marion hat. Wie viele Murmeln hat Marion? |
| Ausgleichen durch Abziehen | Menge mit der größeren Anzahl | Ausgleichsgröße | Menge mit der kleineren Anzahl |
| | $x - b = a$ oder $x - a = b$ Susi hat einige Murmeln. Marion hat 5 (8). Susi nimmt von ihren 8 (5) weg. Nun hat sie so viele wie Marion. Wie viele Murmeln hatte sie am Anfang? | $c - x = a$ oder $c - x = b$ Susi hat 13 Murmeln. Marion hat 5 (8). Wie viele muss Susi wegnehmen, damit sie genauso viele Murmeln wie Marion hat? | $c - b = x$ oder $c - a = x$ Susi hat 13 Murmeln. Sie nimmt 8 (5) davon weg. Nun hat sie so viele wie Marion. Wie viele Murmeln hat Marion? |

Literaturhinweise: Baroody (1989); Carpenter et al. (1981); de Corte & Verschaffel (1987); Geary (1994); Gelman & Gallistel (1978); Ginsburg (1977); Hendrickson (1979); Hengartner & Röthlisberger (1995, 84); Hughes (1986); Knapstein & Spiegel (1995); Krauthausen (1994, 36ff.); Padberg (1986, 28ff.); Schmidt & Weiser (1982); Selter (1995); Spiegel (1992); Stern (1994; 1994a).

E 3: Orientierung im Dezimalsystem

Worum geht es? Unserer Art Zahlen zu sprechen und zu schreiben liegt das Dezimalsystem zugrunde. Je mehr man davon erfasst hat, desto besser wird man die damit verbundenen Vorteile für die Orientierung in größeren Zahlenräumen und für das mündliche wie das schriftliche Rechnen nutzen können. Daher gehört es zu den Aufgaben der Grundschule, – beginnend gegen Ende des 1. Schuljahres – einen Beitrag zu dessen Verständnis zu leisten. Wie bei allen Lerninhalten beginnt man auch hier nicht beim Punkt Null: Im Alltag hören Kinder Zahlworte und sehen geschriebene Zahlen, die über den Zahlenraum hinausgehen, der in der Schule behandelt wird. Sie versuchen die Eigenschaften dieses für sie neuen Zahlbereichs zu verstehen und erfassen dabei schon ein Stück weit die Konventionen, die der Sprech- und Schreibweise zugrunde liegen. Zum besseren Verständnis der für dieses Erkundungsprojekt ausgewählten Fragen sei noch einmal an die wesentlichen Charakteristika unseres Zahlensystems erinnert.

Unser Zahlensystem (genauer eigentlich: Zahlbezeichnungssystem) wird „Dezimalstellenwertsystem“ (kurz: Dezimalsystem) genannt. Es beruht auf dem Prinzip des fortgesetzten Bündelns von jeweils zehn Elementen und dem Prinzip des Stellenwertes. Mit Hilfe der Anwendung dieser Prinzipien lassen sich alle Zahlensymbole mit nur zehn verschiedenen Zahlzeichen ausdrücken, den Ziffern von 0 bis 9. Welchen Wert die Ziffern repräsentieren, hängt von der Stelle ab, die sie innerhalb des Zahlensymbols einnehmen. Jede Stelle hat also einen ganz bestimmten Wert („Stellenwert“). Eine Ziffer innerhalb eines Zahlensymbols trägt demnach zwei Informationen: Ihren Zahlenwert an sich *und* den Stellenwert.

Der Stellenwert ergibt sich durch die fortgesetzte Bündelung zu jeweils zehn Elementen: Die Ziffer an der letzten Stelle des Zahlensymbols gibt die Anzahl der Einer an, an zweitletzter Stelle steht die Anzahl der Zehner, an drittletzter Stelle die Anzahl der Hunderter usw. Der Stellenwert erhöht sich also immer um das Zehnfache. Den Zahlenwert eines mehrstelligen Zahlensymbols erhält man demnach durch die Kombination von Multiplikation und Addition. Bei den gesprochenen (und ausgeschriebenen) Zahlwörtern (Wortform) tritt an die Stelle des Stellenwertprinzips die Nennung der Bündelungseinheiten (z.B.: „zweitausenddreihundertfünfundvierzig“). Daraus resultiert ein bedeutsamer Unterschied zwischen Zahlbezeichnungen in Ziffernform und in Wortform: In der Ziffernschreibweise ist es wichtig, nicht vorkommende Bündelungen durch eine Null zu kennzeichnen (z. B.: 203). Die Null hat in der Ziffernschreibweise also eine „Platzhalter“-Funktion. In der Wortform wird die Null nicht benötigt, da die Zahl aufgrund der beigefügten Bündelungseinheiten eindeutig bestimmt ist. Nicht vorkommende Bündelungen werden einfach ausgelassen (z. B.: zweihundertdrei).

Aufgrund der oben geschilderten Konstruktionsprinzipien lässt es sich mit den Zahlensymbolen im Dezimalsystem nicht nur leicht rechnen, sondern sie lassen sich auch ohne Schwierigkeiten der Größe nach ordnen: Ist die Anzahl der Stellen zweier Zahlensymbole unterschiedlich, so ist diejenige Zahl die größere, die die meisten Stellen hat. Ist die Anzahl der Stellen zweier Zahlensymbole gleich, so ist diejenige die größere, die (beginnend bei der ersten Stelle von links) beim paarweisen Vergleich der entsprechenden Stellen die höhere Ziffer aufweist (z. B.: 3289 ist größer als 3276).

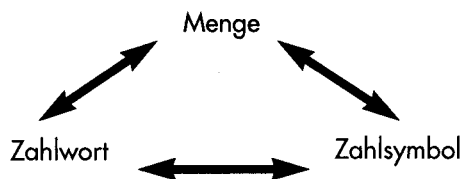
Was wird benötigt?

Zunächst muss man Material auswählen, das zum Erkunden des Bündelungsprinzips geeignet ist. Es muss die Eigenschaft haben, sich beliebig in Einer, Zehner, Hunderter etc. bündeln zu lassen, die jeweilige Elementanzahl der Bündelungseinheit sichtbar zu machen (z. B.: bei einem Zehner müssen 10 Elemente sichtbar sein) und variabel einsetzbar zu sein, d.h. jede Bündelungseinheit ist zur nächstgrößeren erweiterbar bzw. zur nächstkleineren verringerbar. Daher sollten genügend dezimal strukturierte Steckwürfel (Hunderterplatten, Zehnerstangen und Einzelne) vorhanden sein, die Mindestanzahl beträgt 10 Zehnerstangen und 20 einzelne Steckwürfel.

Zum Erkunden des Stellenwertprinzips sind Ziffernkärtchen geeignet, da sie sich im Gegensatz zu Zahlenkärtchen flexibel handhaben lassen. Die Mindestanzahl beträgt hierbei 2 Sätze mit den Ziffern 0–9.

Wie kann man vorgehen?

Der nachstehend wiedergegebene Erkundungsvorschlag entstammt der Untersuchung von Arndt (1996) und Richter (1996). Die Aufgabenstellungen orientieren sich außer an der oben dargestellten Sachanalyse an folgendem Schema, in dem drei Repräsentationsformen von Zahlen und die zwischen ihnen möglichen Übergänge dargestellt sind.



- A. Inwieweit kennen Kinder die *Zahlwortreihe*, d.h. sind sie mit dem Aufbau (der Syntax) der *Zahlwortreihe* vertraut?

Die Kenntnis über den Aufbau der Zahlwortreihe kann man erkunden, indem man die Kinder zählen lässt: Vorwärts und rückwärts zählen, von einer gegebenen Zahl weiterzählen, über 100 weiterzählen, etc. Besonders zu berücksichtigen sind dabei die Übergänge über den nächsten Zehner (bzw. Hunderter).

- B. Inwieweit sind Kinder mit dem *Bündelungsaspekt* unseres Zahlsystems vertraut?

Kenntnisse zur Beziehung zwischen der dezimalen Bündelung einer Menge einerseits und dem entsprechenden Zahlwort lassen sich wie folgt erkunden: Man legt den Kindern eine Menge an Steckwürfeln vor, bei der die entsprechenden Bündelungen so weit wie möglich vorgenommen wurden (z. B.: 37 Steckwürfel in 3 Zehnerstangen und 7 Einzelne). Die Kinder sollen die Anzahl der Steckwürfel bestimmen und das zugehörige Zahlwort nennen. Vorab sollte man mit den Kindern klären, dass eine Stange immer 10 Steckwürfel enthält. (Analoges gilt für ggf. eingesetzte Hunderterplatten.)

In Umkehrung dieser Aufgabenstellung nennt man den Kindern ein Zahlwort und fordert sie auf, die entsprechende Menge an Steckwürfeln zu legen.

Aufgabenbeispiel

(Es werden drei einzelne Steckwürfel und eine Stange auf den Tisch gelegt.)

Hier habe ich zehn Steckwürfel zu einer Stange zusammengesteckt, damit nicht alle Steckwürfel durcheinander liegen. Immer, wenn solch eine Stange auf dem Tisch liegt, sind das zehn Steckwürfel. Wie viele Steckwürfel sind das zusammen?

Eine zusätzliche Anforderung ist, die in der dezimalen Namensgebung der Zahlen enthaltene Information zu nutzen für die Ermittlung des Ergebnisses additiver oder subtraktiver Veränderungen um 10 oder um Vielfache davon.

Aufgabenbeispiele

(Zwei Zehnerstangen und sechs einzelne Steckwürfel werden auf den Tisch gelegt.)

Wie viele Steckwürfel liegen nun hier?

(Zu den Steckwürfeln wird eine Zehnerstange hinzugefügt.)

Wie viele Steckwürfel sind es jetzt?

(Drei Zehnerstangen und ein Einzelner liegen auf dem Tisch. Mehrere Stangen und ausreichend viele einzelne Steckwürfel werden dem Kind zur Verfügung gestellt.)

Wie viele Steckwürfel sind das?

(Anschließend)

Lege so viel dazu, dass es 41 Steckwürfel sind.

- C. Inwieweit sind die Kinder mit dem *Stellenwertaspekt* unseres Zahlsystems vertraut?

Der Stellenwertaspekt kommt bei den Zahlsymbolen ins Spiel: der Platz einer Ziffer gibt Auskunft darüber, zu welcher Bündelungsstufe sie gehört. Insofern baut das Stellenwertprinzip auf dem Bündelungsprinzip auf. Kenntnisse zum Stellenwertprinzip lassen sich an den Fähigkeiten der Kinder festmachen, bestimmte Übergänge zwischen verschiedenen Repräsentationen einer Zahl zu vollziehen. Im Einzelnen soll folgendes untersucht werden:

- Kennt das Kind zu einer gegebenen Menge das zugehörige Zahlsymbol? (Menge-Zahlsymbol)

- Kann das Kind zu einem Zahlsymbol die passende Anzahl von Elementen legen? (Zahlsymbol-Menge)
- Kann das Kind zu einem Zahlsymbol das richtige Zahlwort nennen? (Zahlsymbol-Zahlwort)
- Kennt das Kind zu einem Zahlwort das entsprechende Zahlsymbol? (Zahlwort-Zahlsymbol)

Diese Unterscheidungen hinsichtlich der Fragerichtung zwischen den einzelnen Komponenten „Menge“, „Zahlsymbol (Zahl in Ziffernform)“, „Zahlwort“ (man vergleiche dazu auch A.) sind besonders wichtig. Kann ein Kind beispielsweise die Zahl 37 richtig mit „siebenunddreißig“ benennen, so heißt dies nicht zwangsläufig, dass das Kind zu einem anderen Zeitpunkt zu dem genannten Zahlwort „siebenunddreißig“ die entsprechende Zahl in Ziffernform legen kann.

Es ist aber nicht notwendig, die oben aufgeführten vier Fragetypen im Interview separat einzubringen. So kann man die Kinder zu einer Menge von Objekten (strukturiert im Sinne von B.) das zugehörige Zahlwort nennen und es dann in Ziffernform umsetzen lassen. Umgekehrt lässt man sie ausgehend von der Zahl in Ziffernform das zugehörige Zahlwort nennen und eine entsprechende Elementenanzahl legen. Wir halten auch hier Steckwürfel aus schon erwähnten Gründen für sinnvoll. Bei der Frage, wie das Zahlsymbol realisiert werden soll, haben wir uns für den Einsatz von Ziffernkärtchen entschieden. Möglich wäre natürlich auch, dass die Kinder die Zahl jeweils aufschreiben. Diese Variante halten wir jedoch für zu zeitaufwendig.

Aufgabenbeispiele

 1. Menge-Zahlwort-Zahlsymbol:

(Zwei Stangen und drei einzelne Steckwürfel liegen auf dem Tisch.)

Wie viele Steckwürfel sind das?

(Anschließend)

Lege die Zahl mit den Kärtchen.

2. Zahlsymbol-Zahlwort-Menge:

Hier habe ich wieder Ziffernkärtchen, mit denen man Zahlen legen kann.

(Das Zahlsymbol 27 wird gelegt.)

Lies mir die Zahl vor.

(Anschließend)

Lege mir die Zahl mit den Steckwürfeln.

Wie schon erwähnt, kann man Zahlsymbole der Größe nach ordnen, indem man sie stellenweise miteinander vergleicht. Diese Vorgehensweise beruht ebenfalls auf dem Stellenwertprinzip und bringt dieses ins Spiel. Ob Kinder in diesem Zusammenhang davon Gebrauch machen, wird durch folgende Aufgabenstellung erkundet:

Aufgabenbeispiel

 (Zunächst wird eine Zahlenreihe aus den Zahlsymbolen 4, 6, 7, 9 gelegt.)

Hier habe ich eine Reihe mit Zahlen gelegt, in der die Zahlen immer größer werden. Ich fange mit der kleinsten an und höre mit der größten auf.

(Die Zahlenkarten mit den Zahlsymbolen 17, 25, 31, 43, 52, 64 werden auf den Tisch gelegt.)

Kannst du das mit diesen Zahlen auch einmal probieren?

(Anschließend)

Lies mir die Zahlen bitte einmal vor.

Ergänzender Hinweis zu den Aufgabenstellungen:

Wie bei jedem klinischen Interview dieser Art empfiehlt es sich, Alternativ- und Ergänzungsaufgaben parat zu haben für den Fall, dass sich die Aufgaben für das jeweilige Kind als zu schwer oder zu leicht erweisen. Im letztgenannten Fall kann man zu dreistelligen Zahlen übergehen, wozu man Hunderterplatten benötigt, oder – was das Lesen bzw. Legen von Zahlsymbolen angeht – fünf- oder sechsstelligen Zahlen behandeln. In jedem Fall sollten die Aufgaben stets im Erfahrungsbereich des als bekannt vorauszusetzenden Zahlenraums beginnen und sich dann im Schwierigkeitsgrad steigern.

Wie könnte es anders gehen?

Statt dezimal strukturierter Steckwürfelmengen kann auch ein Hunderter-Punktefeld benutzt werden, auf dem mit Hilfe eines Abdeckwinkels die entsprechende Anzahl von Reihen und Einzelnen herausgehoben wird (vgl. Wittmann & Müller 1995, 114ff.). Der Vorteil des Gebrauchs der Steckwürfel besteht darin, dass sie vom Kind in die Hand genommen und bewegt werden können.

Über die zuvor genannten Möglichkeiten der Standortbestimmung zu den verschiedenen Aspekten des Dezimalsystem hinaus ist es ebenso interessant herauszufinden, inwieweit Kinder ihre bereits erworbene Kenntnis zu den Charakteristika des Dezimalsystems nutzen, um Additions- bzw. Subtraktionsaufgaben zu lösen. Auch hierbei lassen sich Unterscheidungen von Aufgaben hinsichtlich der Nutzung des Bündelungs- und des Stellenwertprinzips treffen.

D. Inwieweit nutzen die Kinder den Bündelungsaspekt bei der Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben?

Auch hier ist zunächst die Frage nach geeignetem Material wichtig. Aufgrund der oben schon erläuterten Eigenschaften sind auch hier Steckwürfel geeignet, da sich mit ihnen prinzipiell alle erdenklichen Lösungsmöglichkeiten beim „Addieren“ bzw. „Subtrahieren“ verwirklichen lassen.

Um Zählstrategien weitestgehend vorzubeugen, muss man sich allerdings überlegen, wie man die einzelnen Teilmengen verdecken kann. Wir haben uns für die sog. Schachtelaufgaben entschieden, bei denen mit Hilfe einer Schachtel die entsprechenden Teilmengen verdeckt werden (vgl. E 2).

Um zu erkunden, ob und wie die Kinder den Bündelungsaspekt nutzen, kann man Aufgaben wie die folgenden stellen:

Schachtelaufgaben zur Addition

Typ I: Der 1. Summand ist sichtbar, der 2. Summand ist verdeckt. Das Ergebnis soll ermittelt werden.

Aufgabenbeispiel:

(Neben der Schachtel liegen sichtbar für das Kind 24 (dezimal strukturierte) Steckwürfel, in der Schachtel liegen nicht sichtbar 15 Steckwürfel.)

Wie viele Steckwürfel liegen hier?

(Anschließend)

In der Schachtel liegen nun noch 15 Steckwürfel. Wie viele Steckwürfel sind es zusammen?

Typ II: Der 1. Summand wird gezeigt, dann verdeckt. Der 2. Summand wird gezeigt und ebenfalls verdeckt. Das Ergebnis soll ermittelt werden.

Aufgabenbeispiel:

(Zunächst werden 28 (dezimal strukturierte) Steckwürfel gezeigt.)

Wie viele Steckwürfel sind dies?

(Diese werden in die Schachtel gelegt. Dann werden 11 Steckwürfel gezeigt.)

Und wie viele Steckwürfel sind dies?

(Anschließend werden diese in die Schachtel gelegt.)

Wie viele Steckwürfel sind jetzt in der Schachtel?

Schachtelaufgaben zur Subtraktion

Typ I: Von einer bekannten Menge wird eine bekannte Menge weggenommen.

Die Restmenge soll ermittelt werden.

Aufgabenbeispiel:

(Zuerst werden 37 (dezimal strukturierte) Steckwürfel gezeigt.)

Wie viele Steckwürfel sind das?

(Anschließend werden diese in die Schachtel gelegt und 11 Steckwürfel wieder herausgenommen.)

Wie viele Steckwürfel habe ich herausgenommen?

(Anschließend)

Wie viele Steckwürfel sind jetzt noch in der Schachtel?

Typ II: Von einer bekannten Menge wird eine unbekannte Teilmenge weggenommen. Die Restmenge ist bekannt.

Aufgabenbeispiel:

(Zuerst werden 37 (dezimal strukturierte) Steckwürfel gezeigt.)

Wie viele Steckwürfel sind das?

(Diese werden in die Schachtel gelegt und 11 Steckwürfel herausgenommen.)

Jetzt nehme ich Steckwürfel heraus und diese hier sind übrig.

(Die übrigen 26 Steckwürfel aus der Schachtel werden gezeigt.)

Wie viele Steckwürfel sind das?

(Anschließend)

Wie viele Steckwürfel habe ich herausgenommen?

E. Inwieweit nutzen die Kinder den Stellenwertaspekt bei der Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben?

Da der Stellenwertaspekt, wie oben geschildert, nur bei der Ziffernform eine Rolle spielt, sind bei diesem Aufgabentyp nur formale Aufgaben möglich, wobei man sich überlegen und abwägen sollte, ob am Ende des ersten Schuljahres formale Subtraktionsaufgaben mit zweistelligen Zahlsymbolen gestellt werden.

Um nicht durch das Aufschreiben der Aufgaben zu viel Zeit zu verlieren, haben wir uns für den Einsatz von Aufgabenkärtchen entschlossen. Mögliche Aufgaben sind diejenigen, die bereits bei den Schachtelaufgaben ausgewählt wurden, um auch die Lösungsstrategien bei den Aufgaben zum Bündelungs- und zum Stellenwertaspekt vergleichen zu können.

Aufgabenbeispiel:

(Die Aufgabenkarte mit $24 + 5$ wird dem Kind vorgelegt.)

Kannst du die Aufgabe einmal vorlesen?

(Anschließend)

Und wie lautet das Ergebnis?

Literaturhinweise: Baroody (1987); Beishuizen (1993); Carpenter & Moser (1982; 1984); Dickson et al. (1984); Fuson (1992); Fuson et al. (1990); Ginsburg (1977); Hughes (1986); Jones et al. (1994); Jones (1996); Padberg (1986; 1993; 1994).

MIRO

Miro interpretiert in einem Lesetest die Frage „Was gibt vierzehn weniger sechs?“ missverständlich als „vier zehn“, was mundartlich „vier Zähne“ bedeutet. Wie er mir als Ergebnis „nul“ bringt, meinte ich, das könne er aber besser, da ich sein Missverständnis nicht realisiere. Er geht an den Platz zurück, verbessert sich und präsentiert mir dann „dswai undernul“ (zwei unter Null).

Jürgen Reichen (1994, 28)

E 4: Mündliche Multiplikation und Division

Worum geht es?

Wie für Plus- und Minusaufgaben gilt auch für Mal- und Geteiltaufgaben, dass Kinder sie nicht selten bereits lösen können, bevor diese Operationen und die zugehörigen Symbole offiziell im Unterricht behandelt worden sind (vgl. 3.1 sowie E 1 und E 2 in 5.2). Stellt man also Kindern gegen Ende des ersten oder zu Beginn des zweiten Schuljahres einfache Textaufgaben, die Erwachsene mit Hilfe der Multiplikation oder Division lösen, so wird man feststellen, dass die Schüler ein umfangreiches Repertoire an Strategien besitzen können, das sie zur Lösung eben dieser Aufgaben befähigt (vgl. D 4 oder D 10 in 4.1). Weiterhin wird man bemerken, dass die unterscheidbaren Arten von Divisionsaufgaben, die Aufteilaufgaben und die Verteilungsaufgaben, die von Erwachsenen häufig gar nicht als verschieden empfunden werden, von Kindern durchaus als unterschiedlich schwierig erfahren werden.

Weil diese Unterscheidung für die Erkundung von besonderer Bedeutung ist, sei an die gängige Terminologie erinnert: Aufteilaufgaben und Verteilungsaufgaben kann man erhalten, wenn man eine Multiplikationsaufgabe „von hinten“ stellt. Die Grundaufgabe lautet beispielsweise: „Peter räumt die Spülmaschine aus. Er geht dreimal zum Schrank und nimmt jedesmal vier Teller mit. Wie viele Teller räumt er weg?“ Als zugehörige Gleichung notiert man: $3 \cdot 4 = x$.

Formuliert man nun diejenige Textaufgabe, die zur Gleichung $x : 4 = 12$ gehört, erhält man eine sog. Aufteilaufgabe: „Er hat insgesamt 12 Teller weggeräumt, bei jedem Gang vier. Wie oft ist er gegangen?“ Man kann außerdem eine Aufgabe zur Gleichung $3 \cdot x = 12$ stellen, die zur Sorte der sog. Verteilungsaufgaben gehört: „Er hat insgesamt 12 Teller weggeräumt, ist dreimal gegangen und hat jedesmal gleich viele Teller genommen. Wie viele Teller hat er jedesmal genommen?“

Quer zur Einteilung in Malaufgaben, Aufteilaufgaben und Verteilungsaufgaben gibt es noch andere Unterscheidungskriterien. Die Einteilungen in Aufgabengrundtypen differieren von Autor zu Autor, insbesondere je feiner sie vorgenommen werden (für andere Klassifizierungen, vgl. Nesher 1988; Schmidt & Weiser 1995; Vergnaud 1983). Wir beschränken uns für diesen Erkundungsvorschlag auf vier Typen:

-
- Typ „zeitlich-sukzessiv“, repräsentiert z.B. durch die oben genannte Spülmaschinenaufgabe
 - Typ „räumlich-simultan“; Beispiel: *Eine Tafel Schokolade hat vier Reihen und in jeder Reihe fünf Stücke. Wie viele Stücke Schokolade hat die Tafel?*
 - Typ „multiplikativer Vergleich“. Beispiel, bei dem es um den Vergleich zweier Geldbeträge geht: *Karins große Schwester hat dreimal soviel Geld in der Spardose wie Karin. Karin hat 6 DM gespart. Wie viel hat ihre große Schwester?*
 - Typ „Geld/Stückpreise“. Beispiel in der Variante als Verteilungsaufgabe: *Der Vater kauft einen Blumenstrauß mit 6 Rosen. Jede kostet gleich viel. Er bezahlt 12 DM. Wie viel kostet eine Rose?*
-

Will man also eine reichhaltige Sammlung von Textaufgaben zur Multiplikation und Division konstruieren, so bietet sich an,

- verschiedene in Frage kommende Situationstypen ins Auge zu fassen (zeitlich-sukzessiv; räumlich-simultan; Vergleich; Geld),
- sich dazu Situationen zu überlegen, die Kindern vertraut sind und
- zu jeder Situation eine Malaufgabe, eine Aufteilaufgabe und eine Verteilungsaufgabe zu formulieren.

Von besonderem Interesse sind Einblicke in die Strategien, die die Kinder benutzen, sowie Aufschlüsse darüber, ob und wie sie auf Aufteil- bzw. Verteilungsaufgaben unterschiedlich reagieren. Bei einer von uns durchgeführten Untersuchung sind wir auf folgende Strategien gestoßen (vgl. auch D 9 in Abschnitt 4.1):

- wiederholtes Addieren,
- wiederholtes Subtrahieren,
- fortgesetztes Halbieren (besonders bei Verteilungsaufgaben mit 4 als Divisor),
- fortgesetztes Verdoppeln (insbesondere bei Multiplikation mit 4),
- das Ergebnis vermuten und mit einer Multiplikationsstrategie überprüfen (Verteilungsaufgaben),
- Zurückführen auf andere Aufgaben unter Verwendung von Gesetzmäßigkeiten wie: distributive Zerlegung, Assoziativgesetz, Kommutativgesetz, Umkehraufgaben.

Was wird benötigt?

Welche Zahlen man wählt, hängt vom Zeitpunkt der Untersuchung (1., 2. oder 3. Schuljahr) ab. Der unten angegebene Fragenkatalog wurde für Interviews gegen Ende des ersten Drittels des zweiten Schuljahres konzipiert, bei dem die Kinder aufgefordert wurden, die Aufgaben nach Möglichkeit im Kopf zu rechnen. Bei Bedarf sollten sie allerdings auch die Möglichkeit haben etwas zu schreiben, zu malen oder Steckwürfel zu Hilfe zu nehmen. Daher sollten ein großes Blatt Papier, ein Stift und eine ausreichende Menge an Steckwürfel bereitgehalten werden.

Wie kann man vorgehen?

Die folgenden Aufgaben sind das Ergebnis einer systematischen Variation, die sich an den o. a. Kategorien zur Erzeugung einer Aufgabenvielfalt orientiert hat. Dabei wurden die den einzelnen Aufgabengruppen zuzuordnenden Multiplikationsaufgaben nicht immer mit aufgenommen (bei den Aufgabengruppen 2, 3 und 5). Die Aufgaben können den Kindern mündlich gestellt werden, wobei der angegebene Wortlaut und die Reihenfolge Vorschläge darstellen, die nicht streng eingehalten werden müssen. Es empfiehlt sich auch, die Kinder in einer Art kurzem Vorgespräch auf die jeweiligen Kontexte einzustimmen, also beispielsweise die Bearbeitung der Aufgaben mit Fragen wie den folgenden zu beginnen: „Habt ihr zu Hause eine Spülmaschine und hilfst du schon mal beim Ausräumen?“ oder „Bist du schon mal mit einem Fahrstuhl gefahren?“

Aufgabe 1.1. (Malnehmen, zeitlich-sukzessiv)

Peter nimmt Teller aus der Spülmaschine, geht zum Schrank und stellt sie hinein. Dreimal geht er zum Schrank und nimmt immer vier Teller auf einmal. Wie viele Teller hat er in den Schrank gestellt?

Aufgabe 1.2. (Verteilen, zeitlich-sukzessiv)

Peter nimmt Teller aus der Spülmaschine, geht zum Schrank und stellt sie hinein. Viermal geht er zum Schrank und nimmt jedes Mal gleich viele Teller. Acht Teller hat er in den Schrank gestellt. Wie viele Teller hat er jedes Mal genommen?

Aufgabe 1.3. (Aufteilen, zeitlich-sukzessiv)

Peter nimmt Teller aus der Spülmaschine, geht zum Schrank und stellt sie hinein. Er nimmt jedes Mal drei Teller auf einmal. Fünfzehn Teller hat er in den Schrank gestellt. Wie oft musste er zum Schrank gehen?

Aufgabe 2.1. (Aufteilen, zeitlich-sukzessiv)

Viele Besucher wollen mit dem Fahrstuhl auf einen Turm fahren. Es passen aber nicht alle in den Fahrstuhl. Sechzehn Besucher wollen hoch und vier passen in den Fahrstuhl. Wie oft muss der Fahrstuhl fahren?

Aufgabe 2.2. (Verteilen, zeitlich-sukzessiv)

Viele Besucher wollen mit einem anderen Fahrstuhl auf einen Turm fahren. Es passen aber nicht alle in den Fahrstuhl. Zwölf Besucher wollen hoch. Immer gleich viele fahren mit dem Fahrstuhl. Viermal fährt der Fahrstuhl, bis alle oben sind. Wie viele fahren jedes Mal mit dem Fahrstuhl?

Aufgabe 3.1. (Verteilen, räumlich-simultan)

Jule hat Schokoherzen und verteilt sie an Kinder, so dass jedes gleich viele bekommt. Es sind vierundzwanzig Schokoherzen und vier Kinder. Wie viele Herzen bekommt jedes Kind?

Aufgabe 3.2. (Aufteilen, räumlich-simultan)

Jule hat Schokoherzen und verteilt sie an Kinder, so dass jedes gleich viele bekommt. Es sind dreißig Schokoherzen. Jedes Kind bekommt fünf Herzen. Wie viele Kinder sind es?

Aufgabe 4.1. (Malnehmen, räumlich-simultan)

Eine Tafel Schokolade hat vier Reihen und in jeder Reihe fünf Stücke. Wie viel Stück Schokolade hat die Tafel?

Aufgabe 4.2. (Verteilen, räumlich-simultan)

Eine Tafel Schokolade hat drei Reihen und in jeder Reihe gleich viele Stücke. Insgesamt sind es achtzehn Stücke. Wie viele Stücke sind in jeder Reihe?

Aufgabe 4.3. (Aufteilen, räumlich-simultan)

Eine Tafel Schokolade hat in jeder Reihe vier Stücke. Insgesamt sind es zwölf Stücke. Wie viele Reihen hat die Tafel?

Aufgabe 5.1. (Verteilen, Geld)

Der Vater kauft einen Blumenstrauß mit sechs Rosen. Jede kostet gleich viel. Er bezahlt 12 DM. Wieviel kostet eine Rose?

Aufgabe 5.2. (Aufteilen, Geld)

Der Vater kauft einen Blumenstrauß mit Rosen. Jede Rose kostet 2 DM. Er bezahlt 10 DM. Wie viele Rosen hat der Blumenstrauß?

Aufgabe 6.1. (Malnehmen, Vergleich)

Karins große Schwester hat dreimal so viel Geld in der Spardose wie Karin. Karin hat 6 DM gespart. Wieviel Geld hat ihre große Schwester?

Aufgabe 6.2. (Verteilen, Vergleich)

Karins große Schwester hat dreimal so viel Geld in der Spardose wie Karin. Die Schwester hat 12 DM. Wieviel Geld hat Karin?

Aufgabe 6.3. (Aufteilen, Vergleich)

Karin hat 4 DM in ihrer Spardose, ihre große Schwester 20 DM. Wievielmals so viel Geld wie Karin hat die große Schwester?

Wie könnte es anders gehen?

Die Zahlen der obigen Fragen sind so gewählt, dass durchschnittlich leistungsfähige Kinder eine gute Chance haben die Aufgaben zu lösen. Es gibt aber immer auch Kinder, für die Aufgaben zu schwer bzw. zu leicht sind. In Abhängigkeit von der jeweiligen Leistungsfähigkeit und vom eigenen Erkenntnisinteresse sollten die Anzahl der Aufgaben sowie die verwendeten Zahlenangaben variiert werden.

Es hat sich gezeigt, dass die Präsentation der Aufgaben als mündlich gestellte Textaufgaben in der Regel keine besonderen Probleme mit sich bringt. Die wichtigsten Informationen können als Gedächtnisstütze zusätzlich schriftlich dargeboten werden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, mit Arbeitskarten zu arbeiten, auf denen entsprechende Situationen bildlich dargestellt sind und die weniger erklärender Worte bedürfen. Das hat den Vorteil, dass eine solche Erkundung auch mit mehreren Kindern gleichzeitig durchgeführt werden kann, bringt allerdings auch den zumindest (potenziellen) Nachteil, dass man dann nicht so viel über deren Lösungswege erfährt (vgl. Hengartner & Röthlisberger, in Vorb.).

Es kann sich auch lohnen, gezielt das unterschiedliche Vorgehen von Kindern bei Aufteil- und Verteilungsaufgaben sowie bei formal gestellten Aufgaben zu untersuchen. Letzteres ist allerdings erst einige Zeit nach Einführung des Divisionszeichens sinnvoll. Bei formal gestellten Aufgaben, die ja neutral gegenüber der Interpretation als Aufteil- bzw. Verteilungsaufgaben sind, ist es von Interesse zu sehen, wie die Kinder sie interpretieren und rechnen. Versuchen sie beispielsweise bei der Aufgabe $60:4$ eine Zahl zu finden, deren Vierfaches 60 ergibt, oder zu ermitteln, wie oft die 4 in die 60 passt? Für den Vergleich von Aufteil- und Verteilungsaufgaben bietet sich an, – möglichst in zwei Interviews mit zeitlichem Abstand – jeweils eine Auf- und eine Verteilungsaufgabe zum gleichen Kontext mit den gleichen Zahlen zu stellen (vgl. D 16 in 4.1 sowie Fromm (1995)).

Literaturhinweise: Anghileri (1989); Bönig (1995); Neshier (1988); Geary (1994); Kombal (1989); Selter (1994; 1996); Greer (1992); de Corte et al. (1988).

E 5: „Kapitänsaufgaben“

| | |
|------------------------------------|---|
| Worum geht es? | Im Kapitel 3.3 haben wir über Interviews zu den sog. Kapitänsaufgaben berichtet, so dass an dieser Stelle auf die dort zu findenden Erläuterungen verwiesen werden soll. Die im Folgenden angegebene Variante erscheint uns für Schüler des 2. bzw. 3. Schuljahrs geeignet zu sein. Unseres Erachtens sollte man insbesondere versuchen herauszubekommen, ob die Kinder die gegebenen Zahlenwerte rein mechanisch verknüpfen oder ob sie Zweifel an der Struktur der Aufgabenstellung bzw. an ihrer eigenen Lösung haben. Je nach Erkenntnisinteresse kann man die unten angeführten Leitfragen im Anschluss an die Bearbeitung einzelner Fragen oder nach Beendigung der gesamten Aufgabenserie stellen. Weitere Hinweise auf Aspekte, die man beachten sollte, finden sich außerdem in den Hinweisen zum Dokument D 19 (Kap. 4.2). |
| Was wird benötigt? | Aufgabentexte (am besten auf Aufgabenkarten), Papier und Stifte für die Schüler zur Dokumentation von Lösungswegen bzw. Ergebnissen |
| Wie kann man vorgehen? | <p><i>1. Einstieg</i></p> <p>Zu Beginn des Interviews sollte man den Kindern mitteilen (vgl. 3.3), dass sie im Folgenden eine Reihe von Textaufgaben gestellt bekommen würden, von denen einige lösbar und andere nicht lösbar sind.</p> <p><i>2. Aufgabebearbeitung</i></p> <p>Im Weiteren ist vorgesehen, den Schülern eine Reihe von Textaufgaben zu stellen, wobei wir empfehlen im Unterschied zu den Interviews, die in 3.3 beschrieben wurden, lösbare und unlösbare Aufgaben zu durchmischen. Die von uns vorgeschlagene Reihenfolge lässt sich je nach Erkenntnisinteresse genauso leicht modifizieren wie die hier angeführten Aufgabentexte.</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none">■ <i>Ein Hirte hat 17 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Hirte?</i>■ <i>Anke ist 8 Jahre alt. Ihre Mutter ist 25 Jahre älter. Wie alt ist die Mutter?</i>■ <i>In einer Klasse sind 15 Jungen und 17 Mädchen. Wie alt ist die Lehrerin?</i>■ <i>In einer anderen Klasse sind 9 Jungen und 8 Mädchen. Wie alt ist der Lehrer?</i>■ <i>Jonas ist 7 Jahre alt. Er ist 54 Jahre jünger als sein Opa. Wie alt ist der Opa?</i>■ <i>Ein 27 Jahre alter Hirte hat 25 Schafe und 10 Ziegen. Wie alt ist der Hirte?</i>■ <i>Tim hat 350 DM gespart und kauft sich ein Fahrrad für 180 DM. Wie alt ist Tim?</i> <hr/> <p><i>3. Reflexion</i></p> <p>Während bzw. im Anschluss an das Interview, das nach unserer Erfahrung mit Kindern des 3. Schuljahres etwa 20 bis 30 Minuten dauert, empfehlen wir, mit den Kindern über die einzelnen Aufgaben zu sprechen. Folgende Leitfragen können hierbei hilfreich sein:</p> <hr/> <ul style="list-style-type: none">■ <i>Habt ihr solche Aufgaben schon einmal gerechnet?</i>■ <i>(Wenn das Kind eine Kapitänsaufgabe gelöst hat, ein anderes Kind benennen oder erfinden, das die Unlösbarkeit der Aufgabe erkannt hat:) Der Timo hat mir gesagt, dass die Aufgabe unlösbar ist. Was hältst du davon?</i>■ <i>Warum glaubst du, dass die Lösung richtig ist?</i>■ <i>(Wenn das Kind die Unlösbarkeit einer Kapitänsaufgabe erkannt hat:) Ein anderes Kind hat aber das Ergebnis X herausbekommen. Was hältst du davon? Was hat das Kind da wohl gedacht?</i>■ <i>Kannst du selbst solche Aufgaben (lösbare oder unlösbare) erfinden?</i>■ <i>Wie würde die Lehrerinnenaufgabe in eurer Klasse heißen?</i>■ <i>Wie alt wäre der Hirte, wenn er 250 Schafe und 120 Ziegen hätte?</i>■ ... |
| Wie könnte es anders gehen? | Viele Variationen, die die jeweilige Schwerpunktsetzung der Erkundung verschieben können, sind denkbar und sinnvoll: <ul style="list-style-type: none">■ andere Zahlenwerte für ältere bzw. jüngere Schüler■ andere Rechenoperationen (multiplikatives Rechnen)■ andere Aufgabenkontexte (z. B. aus der unmittelbaren Lebenswirklichkeit der Schüler)■ andere Einleitung (keine Vorabinformation über Lösbarkeit bzw. Unlösbarkeit)■ andere Reihenfolge der Aufgaben■ höherer oder niedrigerer Anteil von lösbaren Aufgaben■ andere Interviewform (Einer- oder Zweierinterview)■ ... |

Literaturhinweise: Baruk (1989); Selter (1994a); Stern (1992); Freudenthal (1984); Radatz (1983)

E 6: Rechnen mit Nummern

Worum geht es? Wer von uns hat als Erwachsener noch nie die Finger zu Hilfe genommen, wenn es galt, auszurechnen, wie viele Ferientage es sind, wenn die Ferien vom 16. bis 23. Oktober dauern, oder wie viele Seiten er kopiert hat, wenn der Artikel auf den Seiten 93 bis 101 abgedruckt war? Bei diesem Erkundungsprojekt sollen Denk- und Verhaltensweisen von Kindern bei Aufgaben erkundet werden, in denen Zahlen nicht nur als Kardinalzahlen, sondern als Platznummern verwendet werden. (In der einschlägigen didaktischen Literatur ist in diesem Zusammenhang oft vom „ordinalen Aspekt der natürlichen Zahlen“ die Rede.)

Die Besonderheit bei diesen Aufgaben ist, dass je nach Typ die Antwort durch eine einfache Differenz- oder Summenbildung der beteiligten Zahlen ermittelt werden kann oder aber die Summe bzw. Differenz um Eins erniedrigt oder erhöht werden muss, um das richtige Ergebnis zu erhalten. Aus der Vielzahl der unterschiedlichen Aufgabentypen haben wir für die Zwecke dieser Erkundung einige geeignete ausgewählt. Das vorgestellte Interview wurde mit Kindern zur Mitte des dritten Schuljahres durchgeführt (vgl. Thöne 1995). Es eignet sich auch für ältere Kinder, ohne dass notwendigerweise die Zahlen verändert werden müssen. Eine Aufgabensammlung, die wir für eine entsprechende Erkundung in der Mitte des 1. Schuljahres verwendet haben, findet sich im letzten Abschnitt (Wie könnte es anders gehen?).

Was wird benötigt?

- Ein Ausschnitt eines Wandkalenders (vgl. Hinweise zu D 21 in 4.2)
- Ein Pappstreifen, auf dem ein ‚Nummernstrahl‘ zu sehen ist. Er besteht aus einer Reihe von Punkten, unter die die Zahlzeichen von 1 bis 61 geschrieben wurden.
- 81 Zahlkärtchen aus Pappe, die jeweils mit einer Zahl bedruckt sind (von 1 bis 81). Die Kärtchen können unterschiedliche Dinge repräsentieren, z. B. Kalenderblätter eines Abreißkalenders, Seitenzahlen von Büchern oder Nummern von Wartenden.
- 27 Spielsteine („Halmakegel“), 26 grüne und ein gelber.
- Die ‚Gummibärchenmaschine‘ (s. u.) oder etwas Entsprechendes.
- Ein Kinderbuch (als Anschauungsmaterial für die Aufgaben mit den Seitenzahlen)
- Papier und zwei Stifte verschiedener Farbe, damit Notizen oder Rechnungen aufgeschrieben und Zeichnungen oder Skizzen angefertigt werden können.

Wie kann man vorgehen? Gerade bei diesem Interview, bei dem damit zu rechnen ist, dass die meisten Antworten nicht korrekt sind und im Gespräch noch korrigiert werden, ist es wichtig, dem Kind nahezubringen, dass es nicht schlimm ist, wenn es einen Fehler begeht. Das Gespräch kann mit folgender Frage beginnen:

1. Sag mir doch einmal, wann du Geburtstag hast!

Damit wird die erste eigentliche Frage vorbereitet, die sich auf eine für das Kind persönlich bedeutsame Zahl bezieht und die auch noch vergleichsweise leicht zu beantworten ist.

2. Stell dir vor, ich kenne ein Kind, das hat genau 10 Tage nach (vor) dir Geburtstag. An welchem Tag hat dieses Kind Geburtstag?

Ob man „vor“ oder „nach“ verwendet, sollte vom Geburtstag des Kindes abhängig gemacht werden: Fällt dieser zehn oder mehr Tage vor das Ende eines Monats, so wird das Kind gefragt „... nach dir ...“, im anderen Fall soll es das Datum zehn Tage vor dem eigenen Geburtstag berechnen. Mit Datumsaufgaben sollte man u. E. beginnen, da diese von den möglichen Aufgaben zum ordinalen Aspekt vermutlich die vertrautesten sind.

3. In diesem Schuljahr haben unsere Herbstferien am 4. Oktober angefangen. Das war der erste freie Tag. Die Ferien dauerten bis zum 7. Oktober. Das war der letzte Ferientag. Wie viele Ferientage sind das?

Was die verwendeten Zahlen anbelangt, ist diese Aufgabe noch recht problemlos zu lösen, da sie zählendes Rechnen, zum Beispiel auch an den Fingern zulässt. Es

handelt sich hierbei um die erste Problemstellung des Interviews, bei der die Kinder erfahren können, dass bei Aufgaben mit Rangplätzen oder Nummern die Zahlen nicht immer unmittelbar additiv verknüpft werden können.

Die Kinder sollen diese Aufgabe – wie im Übrigen auch die anderen – zunächst im Kopf lösen, der Kalender sollte hier also zunächst nicht sichtbar sein. Beim Überprüfen der Lösung und dem anschließenden Gespräch ist er dann hilfreich. Die Kinder können beispielsweise die entsprechenden Tage mit Spielsteinen kennzeichnen. Nach Beendigung der Datumsaufgaben sollte der Kalenderstreifen vom Tisch entfernt werden. Gleiches gilt für alle anderen verwendeten Materialien. Sie können bei Bedarf zur Veranschaulichung der Aufgabe und als Hilfsmittel im Gespräch über die Lösung benutzt werden.

Erfahrungsgemäß wird kaum ein Kind eine andere Antwort als „3“ geben („weil $4+3$ sieben ist“). Damit bietet sich die erste Gelegenheit, einen kognitiven Konflikt zu erzeugen, indem man dem Kind den Kalenderausschnitt zeigt und auf jeden Ferientag einen Spielstein setzen lässt. Es ist immer wieder faszinierend zu beobachten, wie Kinder auf dieses für sie möglicherweise erste Paradoxon der Mathematik reagieren. Da es eigentlich nicht stimmen kann, dass diese einfache und nahe liegende Rechnung zu einem Ergebnis führt, das offensichtlich falsch ist, stellen sie konsequenterweise nicht das Resultat in Frage, sondern versuchen dann häufig, die Aufgabe so zu interpretieren, dass es dazu passt. Die Möglichkeit, von der wohl am häufigsten Gebrauch gemacht wird, ist die, dass der letzte Schultag zum Anfang der Ferien erklärt wird, der 4. Oktober also noch nicht als Ferientag gezählt wird – auch wenn dieses ausdrücklich gesagt wurde.

4. In Hessen war der letzte Schultag vor den Herbstferien war in diesem Schuljahr der 14. Oktober. Die Kinder mussten am 31. Oktober wieder in die Schule. Wie viele Tage hatten sie frei?

Während in der dritten Frage die Differenz der beteiligten Zahlen um eins erhöht werden musste, muss sie hier um eins erniedrigt werden, da der Zwischenraum zwischen den angegebenen Tagen zu errechnen ist. Diese Aufgabe wird direkt angegeschlossen, um zu sehen, ob das Kind von sich aus den Unterschied zur vorherigen Aufgabe bemerkt. Wer der Meinung ist, dass die „Falle“, die diese Aufgabe zweifelsohne darstellt, unangemessen ist, kann die Aufgabe ganz weglassen oder vorher irgendeine Art von Warnung unterbringen.

5. Peter hat ein neues Buch geschenkt bekommen. In diesem Buch stehen mehrere Geschichten. Am Wochenende hat er in seinem Buch gelesen: vom Beginn der Seite 16 bis zum Ende der Seite 26. Wie viele Seiten hat er am Wochenende gelesen?

Diese Aufgabe ist vom selben Typ wie die dritte; interessant ist, ob das Kind das gleiche Lösungsverhalten zeigt. Unseren Erfahrungen nach wird bei dieser Aufgabe – insbesondere durch den bewusst eingebauten „Verführer“, dass die Differenz 10 beträgt – häufig als Antwort „10“ genannt. In diesem Fall gibt es zwei Möglichkeiten, einen kognitiven Konflikt zu erzeugen.

Zunächst einmal kann man eine Reihe von zusätzlichen Fragen anschließen, indem man die Zahlenwerte variiert, etwa indem man fragt, wie viele Seiten es von Seite 16 bis Seite 18 bzw. von Seite 16 bis Seite 17 seien. Dabei fällt nach unserer Erfahrung den meisten Kindern auf, dass es bei der letztgenannten Fragestellung zwei Seiten sind, obwohl die von ihnen errechnete Differenz 1 beträgt – viele von ihnen modifizieren daraufhin ihr Ergebnis. Es kann jedoch auch hier passieren, dass der Glaube an die Unfehlbarkeit von Rechenergebnissen zu Neuinterpretationen führt, etwa indem die Begriffe „Seite“ und „Blatt“ plötzlich verschmelzen. Die Seite 16 befindet sich dann auf einer Vorderseite der Seite (des Blattes) und die Seite 17 auf deren (dessen) Rückseite – die Antwort 1 ist für das Kind dann doch richtig.

Die zweite Möglichkeit besteht darin, die Kinder in einem Buch die Seiten nachzählen und sie sich dann zu dem sich ergebendem Widerspruch äußern zu lassen.

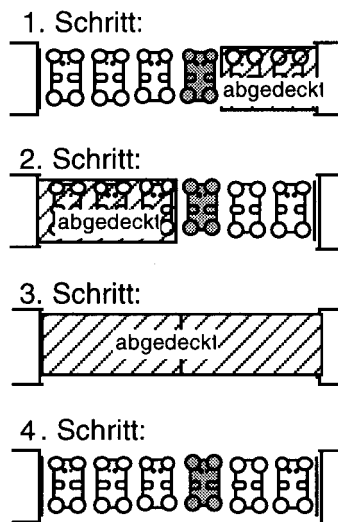
6. Die zweite Geschichte in Peters Buch beginnt oben auf Seite 9 und ist vier Seiten lang. Auf welcher Seite des Buches endet die Geschichte?

Ähnlich wie bei der fünften Aufgabe wird es auch hier häufig vorkommen, dass das Kind $9+4$ rechnet. Das Gespräch kann dann so, wie eben beschrieben, fortgesetzt werden.

 7. Stell dir mal vor, alle Kinder der Klasse stehen nebeneinander und Ina ist das 12. Kind von links und gleichzeitig das 15. Kind von rechts. Wie viele Kinder hat die Klasse?

Bei dieser Aufgabe entsteht das Problem dadurch, dass in der Kinderreihe die Kinder sowohl von rechts als auch von links durchnummeriert werden können. Es ist offensichtlich, dass diese Aufgabe keine ist, die sich als Problem im täglichen Leben stellt. Das bedeutet unseres Erachtens jedoch nicht, dass es sinnlos ist, sie zu stellen: Unter den für die Arbeit mit den Kindern maßgeblichen Prinzipien gibt es neben dem Prinzip der Anwendungsorientierung auch das Prinzip der Strukturorientierung. Bei diesen Aufgaben wird eine spezielle mathematische Struktur behandelt, bei der es interessant ist zu beobachten, wie die Kinder mit ihr umgehen.

Ermittelt man die Lösung dieser Aufgabe durch Addition von 15 und 12, so zählt man Ina doppelt. Wie kann man es nun bewerkstelligen, dass das Kind selbst feststellen kann, dass seine Antwort nicht korrekt ist?



Zu diesem Zweck wurde die „Gummibärchenmaschine“ erfunden – eine Schachtel mit zwei Schiebern, in der sich 6 Gummibärchen befinden. Das vierte von links hat eine andere Farbe als die übrigen. Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, wird im ersten und zweiten Schritt der jeweilige Platz des andersfarbigen Bärchens von links und rechts von den Kindern benannt. Im dritten Schritt sollen sie dann die Gesamtsumme der Gummibärchen in der Schachtel nennen. Anschließend kann das Ergebnis durch das Öffnen beider Schieber überprüft werden.

Auch hier lässt sich bei vielen Kindern feststellen, dass sie $4+3=7$ rechnen und erstaunt sind, dass sie nachher nur 6 Gummibärchen sehen. Wenn sie das Gesamtbild dann aber vor sich haben, können sie häufig auch selbst erklären, wieso es nur 6 sind. Die korrekte Übertragung dieser Einsicht auf das Ausgangsproblem mit 12 und 15 oder ein anderes Problem mit größeren Zahlen gelingt allerdings nicht immer.

Wie könnte es anders gehen?

Wie eingangs erwähnt, wurde im Rahmen unserer Projekte auch eine Erkundung in der Mitte des ersten Schuljahres durchgeführt (vgl. Vogt 1996). Hierbei wurden die im Folgenden abgedruckten Aufgaben verwendet. Die Analysen und Vorüberlegungen zu diesen Aufgaben können hier aus Platzgründen nicht abgedruckt werden.

-
1. Mehrere Kinder stehen in einer Reihe. Karin ist das 3. Kind von links und gleichzeitig das 6. Kind von rechts. Wie viele Kinder stehen in der Reihe? (Alternative Zahlen: 2, 10)
 2. Auf einem Kinderfest werden Getränkemarken verkauft. Für jede Marke gibt es ein Getränk. Sabine hat noch einen Streifen Marken übrig. Am Anfang ihres Streifens ist die Nummer 8 und am Ende die Nummer 12. Wie viele Getränke bekommt Sabine noch für ihre Marken? (Alternative Zahlen: 13, 18)
 3. Ein Kind möchte 3 Marken kaufen. Am Anfang des Streifens ist die Marke mit der Nummer 14. Welche Nummer steht auf der letzten Marke?
 4. Mehrere Kinder stehen in einer Reihe. Links neben Anne stehen 3 Kinder und rechts neben Anne stehen noch 6 Kinder. Wie viele Kinder stehen in der Reihe?

5. Stefan liest in seinem Lieblingsbuch von oben auf Seite 8 bis unten auf Seite 12. Wie viele Seiten hat er gelesen? (Alternative Zahlen: 7, 17)
6. Stefan beginnt oben auf Seite 14 zu lesen. Er liest 3 Seiten. Welche Seitenzahl steht auf der letzten Seite, die er liest?
7. Der Zirkus kommt in die Stadt. Auf den Plakaten steht: Vom 2. bis zum 9. Januar ist jeden Tag eine Vorstellung. Wie viele Zirkusvorstellungen finden statt?

Alternativ zur aufwendigen Erkundung der Vorstellungen einzelner Kinder kann man auch von der Möglichkeit Gebrauch machen, einen schriftlichen Test durchzuführen, dessen Resultate Ausgangspunkt für Lehr-Lerngespräche mit einzelnen Kindern oder der ganzen Klasse sein können. Eine Erkundung dieser Art wurde im Rahmen eines unserer Projekte in einem vierten Schuljahr durchgeführt (vgl. Glahe 1996). Der Test bestand aus 8 Aufgaben, deren erste fünf mit den Aufgaben 3 bis 7 aus dem oben ausführlich diskutierten Interview (vgl.: Wie kann man vorgehen?) identisch waren. Die übrigen drei waren die folgenden:

6. Von den 29 Kindern einer anderen Klasse steht Philip auf dem 5. Platz von links. Wie viele Kinder stehen rechts von Philip?
7. In einer anderen Reihe ist von allen 32 Kindern Sarah das 14. Kind von links gesehen. Welchen Platz belegt sie von der anderen Seite her gesehen?
8. Der Zirkus ist für drei Tage in Paderborn. Als Dieter zum Zirkus kommt, warten dort bereits 37 Leute. Die Kasse macht erst auf, als schon 16 weitere Menschen hinter Dieter stehen. Die wievielte in der Schlange ist Karin, die zuletzt angekommen ist?

Literaturhinweis: Spiegel (1989)

D a s N - E c k

Auf einem Blatt Papier hatte ich für Eric verschiedene Figuren gezeichnet, z. B. ein Quadrat, ein Parallelogramm, ein Trapez, beliebige Vierecke, ein Dreieck, ein Achteck, ein Fünfeck. Diese Figuren sollte Eric nun beschreiben. Das Quadrat und das Rechteck seien „gerade“, das Parallelogramm ‚irgendwie verschoben‘, ein Viereck ohne Parallelen und rechte Winkel „krumm“. Das Trapez beschrieb Eric so: „Es hat eine kurze und eine lange Linie und dazwischen sind zwei mittlere.“ Im Achteck erkannte Eric sofort das Stoppschild. Beim Fünfeck zählte er die Kanten nach und die Dreiecke erkannte er auf den ersten Blick. Um ihn zu provozieren frage ich ihn, wie viele Ecken ein Kreis hat. Er sagt aber sofort ganz trocken: „Ein Kreis ist ein Nulleck.“

Corinna Schenk

E 7: Zum Verständnis der schriftlichen Subtraktion

Worum geht es? Wie lange noch das derzeit vorgeschriebene Standardverfahren der schriftlichen Subtraktion (Ergänzen mit Erweitern oder Auffüllen) Pflichtstoff des Mathematikunterrichts im dritten Grundschuljahr ist, lässt sich nicht abschätzen. Ziemlich sicher ist jedoch, dass selbst große Anstrengungen, bei der Erarbeitung das Verstehen der Vorgehensweise zur Hauptsache zu machen, nicht die Wirkung haben, auf die diejenigen setzen, die auch im Zeitalter des Taschenrechners die Erarbeitung der schriftlichen Rechenverfahren in der Grundschule für sinnvoll halten.

Es ist ja auch kein Wunder: Ebenso wenig, wie man das Dezimalsystem verstanden haben muss, um die Durchführung des Verfahrens zu erlernen, benötigt man irgendeine Form von Verständnis für die Rechenvorschrift, um sie korrekt durchzuführen. Es ist ja die Natur und der große Vorzug dieser Verfahren, sie auch ohne Verständnis durchführen zu können. Und wenn die verbreitetste Version der lehrplan-konformen Erklärungen sich zweier nicht immer nahe liegender Vorgehensweisen bedient (Ergänzen statt Abziehen, gleichsinniges Verändern der beiden Zahlen), überrascht es nicht, wenn ein Jahr nach der Einführung der schriftlichen Subtraktion kaum ein Kind (noch) in der Lage ist die Vorgehensweise zu begründen.

Der nachfolgend dargestellte Interviewvorschlag entstammt einem Projekt, das sich das Ziel gesetzt hatte herauszufinden, welches Verständnis von der schriftlichen Subtraktion bei Kindern gegen Ende des vierten Schuljahres anzutreffen war (vgl. Schulte 1994).

Was wird benötigt? Papier und Stift

Wie kann man vorgehen? Für das „Kerninterview“ sind zunächst nur vier Aufgaben vorgesehen, da das Ausrechnen, die Probe (falls vom Kind gewünscht oder vom Interviewer vorgeschlagen), das Gespräch über die Vorgehensweise und ihre Begründung sowie ggf. das Auflösen von Widersprüchen zwischen Probe und Ergebnis viel Zeit in Anspruch nehmen können. Es ist günstig, wenn die Aufgaben auf Aufgabenkarten vorgelegt werden.

Aufgabe 1: 1003 – 998

Diese Aufgabe dient dazu herauszufinden, ob die Kinder sie im Kopf, halbschriftlich oder nach dem schriftlichen Normalverfahren berechnen. Jede Lehrerin wird sich als Ergebnis ihres Unterrichts wünschen, dass die Kinder sofort im Kopf 5 als Resultat dieser Aufgabe ermitteln. Wie wir aber schon befürchtet hatten, haben in unserer Untersuchung die meisten Kinder das schriftliche Verfahren benutzt. Dabei ist nicht auszuschließen, dass es auch Schüler gab, die es anders gekonnt und gemacht hätten, aber vielleicht angenommen haben, man erwarte schriftliches Rechnen von ihnen. Um diese „Rahmung“ zu vermeiden sind Minuend und Subtrahend bewusst nebeneinander notiert. Ergänzende Kommentare sollten dem Kind keine bestimmte Lösungsmethode nahe legen. Wenn das Kind das schriftliche Verfahren benutzt hat, kann man es fragen, ob es die Aufgabe vielleicht auch anders hätte angehen können.

Aufgabe 2:

$$\begin{array}{r} 81763 \\ - 35271 \\ \hline \end{array}$$

Diese Aufgabe sollen die Kinder schriftlich rechnen und ihr Vorgehen beschreiben. Anschließend sollen sie am Beispiel der Zehnerstelle erklären, warum sie so vorgehen, wie sie es tun. Dies kann z.B. durch Fragen folgender Art provoziert werden:

- *Du hast an der Zehnerstelle von 7 bis 16 gerechnet. Da steht ja eigentlich nur eine 6. Warum darf man da bis 16 rechnen?*
- *Du hast hier oben ja sechs Zehner, aber du rechnest nachher mit 16 Zehnern. Dann sind das 10 Zehner mehr, als hier oben in der Zahl eigentlich stehen. Warum bekommt man dann trotzdem das Richtige heraus?*

Dabei sollte man immer dann weiter nachfragen, wenn – wie es häufig der Fall ist – die Begründung nicht ausreicht, wie etwa: „Weil man von 7 auf 6 nicht rechnen kann, weil die 6 kleiner ist als die 7.“ oder: „Weil da (gemeint ist die Hunderterstel-

le des Subtrahenden) eine Eins hinkommt.“ Das bloße Aussprechen des Wortes „weil“ ist nicht immer ausreichend für eine stichhaltige Begründung.

Akzeptabel ist eine Erklärung immer dann, wenn in irgendeiner Form begründet wird, dass trotz der vorgenommenen Veränderungen an Minuend und Subtrahend das Ergebnis das gleiche ist wie das der ursprünglichen Aufgabe. Dabei wird man – auch wenn die Kinder nach dem Ergänzen/Erweitern unterrichtet worden sind – auch auf Argumente stoßen, die vom Entbündeln („Borgen“) herrühren. Auch dann lässt sich begründen, dass man – statt die entsprechende Stelle im Minuenden um eins zu verkleinern – die Stelle im Subtrahenden um Eins vergrößert. Einige der von uns interviewten Kinder haben das geschafft.

Aufgabe 3: 27003–26998

Auch bei dieser Aufgabe wünschen wir uns, dass die Kinder die Analogie zur ersten Aufgabe erkennen und das Ergebnis im Kopf ermitteln. Wenn sie aber schriftlich rechnen, dann wird das eine oder andere Kind nicht ganz so problemlos mit den besonderen Schwierigkeiten der Aufgabe fertig werden, was einen weiteren Gesprächsanlass bietet.

Aufgabe 4:

$$\begin{array}{r} 6352 \\ - 6413 \\ \hline \end{array}$$

Diese Aufgabe entstammt einem diagnostischen Test von Kühnhold & Padberg (1986) und ist hervorragend für ein klinisches Interview geeignet. Nur wenige Kinder erkennen nach unserer Erfahrung auf Anhieb, dass die Aufgabe keine Lösung innerhalb des in der Grundschule üblicherweise behandelten Zahlenraums hat. Viele Schüler fangen an schriftlich zu rechnen. Manche merken dann schon, dass etwas nicht stimmt, wenn sie an der Hunderterstelle angekommen sind, andere berechnen auch noch die Tausenderstelle des Ergebnisses mit 9, enden da oder schreiben noch eine 1 davor. Es gibt also eine Fülle von Anlässen für kognitive Konflikte, die das Kind von allein bemerkt oder die durch Hinweise oder Nachfragen der Interviewerin ausgelöst werden können. Man wird umso mehr interessante Dinge beobachten können, je besser es gelingt, sich nicht „helfend“ einzumischen, sondern ruhig abzuwarten und zu beobachten, wie das Kind versucht den Konflikt zu lösen.

Wie könnte es anders gehen?

Je nach Zeit, Bedarf und Möglichkeiten können weitere Aufgaben hinzugenommen bzw. in Form eines schriftlichen diagnostischen Tests mit speziell dafür konzipierten Aufgaben „vorgeschaltet“ werden. Letzteres hat den Vorteil, dass man nach einer Auswertung des Tests den Kindern gezielt die Aufgaben vorlegen kann, bei denen Fehler auftraten – solche, für die man keine Erklärung hat oder solche, bei denen eine bestimmte Fehlerstrategie (siehe z.B. D 23 in 4.1) sichtbar ist. Bei unserer Untersuchung sind bei Kindern nach solchen Gesprächen über ihre Fehler diese nicht mehr aufgetaucht.

Literaturhinweise: Bender (1994); Gerster (1982); Mosel-Göbel (1988); Padberg (1986, 138ff.)

E 8: Rechnen mit der Null

Worum geht es? Fragen Sie doch mal einen Freund oder eine Kollegin, warum man nicht durch null dividieren darf! Ganze Partygesellschaften haben sich schon von der Diskussion um diese Frage in ihren Bann ziehen lassen und darüber das Feiern vergessen. Was sich meistens herausstellt, ist Folgendes: Irgendwann hat der Mathematiklehrer gesagt, es sei verboten, durch null zu teilen, und das wurde dann so akzeptiert – ein Prozess, der sich auch in anderen Zusammenhängen im Mathematikunterricht häufig zu ereignen scheint.

Die Null spielte in der Geschichte der Mathematik schon immer eine besondere Rolle: Sie trat als Ziffer ins Leben, weil sie im Stellenwertsystem benötigt wurde, im mittelalterlichen Europa war sie zeitweise geächtet und mit der Zeit entwickelte sie sich zu einer Zahl, mit der man rechnen kann. Verständiges Rechnen mit der Null setzt mehr voraus als die Gleichsetzung von null mit „kein“ oder „nichts“ (vgl. z.B. den Brief von Nicole; D 26 in 4.1). Das klappt vielleicht noch bei Addition und Subtraktion, kann aber bei der Multiplikation mit 0 als Multiplikator zu Problemen führen: „Wenn ich 5 mit nichts multipliziere, ändert sich auch nichts, es bleibt fünf, also $0 \cdot 5 = 5$.“ Nebenbei bemerkt: Vor dem Hintergrund der Definition der Multiplikation als wiederholte Addition hat $0 \cdot 5$ gar keine Bedeutung, ist also auch nicht gleich 0 (was aus nachvollziehbaren Gründen nachträglich als Konvention festgelegt wird).

Interessant sind in diesem Zusammenhang auch Reaktionen der Kinder auf die Aufgabe $15 \cdot 3 \cdot 0$. Dieselben Kinder, die $45 \cdot 0$ korrekt mit 0 berechnen, beharren darauf, dass $15 \cdot 3 \cdot 0$ gleich 45 ist – kann doch eine Null ein einmal erzielt Ergebnis nicht einfach zunichte machen! Übrigens: Wir sind auch auf nicht wenige Erwachsene gestoßen, die der Meinung waren, $15 \cdot 3 \cdot 0$ sei 45.

Das Rechnen mit der Null ist also ein interessanter Bereich für eine Erkundung des Denkens von Grundschulkindern. Unser Erkundungsvorschlag (vgl. Schröder 1993) zielt einerseits auf Standardaufgaben, die zum regulären Stoff gehören, andererseits aber auch auf Aufgaben, zu denen Grundschüler noch keine systematische Unterweisung erfahren haben: $15 \cdot 3 \cdot 0$ und $5 : 0$ sind eher von akademischem Interesse und kommen nicht als Mathematisierungen von Sachsituationen vor. Doch wie Kinder die Null verstehen, kann man mit solchen Aufgaben gut herausfinden.

Was wird benötigt? Papier und Stift, vorbereitete Aufgabenkärtchen

Wie kann man vorgehen? Dem Kind werden nacheinander Aufgabenkarten vorgelegt. Es wird gebeten die jeweilige Aufgabe vorzulesen und – sofern es nicht, wie in den meisten Fällen, sofort antwortet – die Lösung anzugeben. Anschließend wird es um eine Erklärung gebeten („Woher weißt du das?“, „Kannst du mir das erklären?“). Bietet die Erklärung eine Möglichkeit, einen kognitiven Konflikt zu erzeugen, oder regt sie dazu an, Hypothesen über das Denken dieses Kindes mit Hilfe zusätzlicher Aufgaben zu testen, sollte davon Gebrauch gemacht werden.

1. Aufgabenkarte: $7 \cdot 0$

Es wird kaum ein Kind geben, das nicht 0 als Antwort gibt. Begründungen, die uns begegnet sind, waren:

- „Mal 0 ist immer 0“.
- „0 ist keine Zahl, aber die kann man nicht malnehmen. Die kann man zwar malnehmen, aber da kommt immer nur 0 raus.“
- „Wenn ich 7-mal die 0 nehme, das ist doch gar nichts: 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.“
- „7 mal 0 gleich 0, also, weil mal 0, das geht ja nicht.“
- „0, weil 0, das ist ja keine Zahl, dann kann man das auch nicht 7-mal rechnen. Da kommt nur 0 raus.“
- „Weil man mal 0 rechnet. 0 ist überhaupt nichts.“

Ähnlich werden die Antworten vermutlich häufig ausfallen. Wir überlassen es der Leserin, selbst zu entscheiden, ob und wie sie auf die jeweilige Antwort reagiert. Schließlich könnte man die letztgenannte Äußerung ja auch als Begründung dafür anführen, dass $7 \cdot 0 = 7$ ist.

Mögliche Anschlussaufgaben (ggf. zu einem späteren Zeitpunkt des Interviews) sind $999 \cdot 0$ oder $1000 \cdot 0$. Hier kann es Kinder geben, die 999 sagen, obwohl sie bei $7 \cdot 0$ das Ergebnis 0 angaben. Die Regel, dass eine Multiplikation mit 0 immer zum Resultat 0 führt, wird hierbei anscheinend außer Kraft gesetzt. Bei der Aufgabe $1000 \cdot 0$ gaben manche Kinder in unseren Interviews die Antwort 10000, was auf eine unverdaute „Nullanhängeregel“ schließen lassen könnte. Interessant wäre es in diesem Fall dann noch, die Aufgabe $1000 + 0$ zu stellen.

2. Aufgabenkarte: $0 \cdot 7$

Auch hier werden die meisten Antworten 0 lauten. Aber da hier die 0 häufiger als in der ersten Aufgabe als Multiplikator interpretiert werden wird, kann eher auch schon mal die Lösung 7 auftauchen. Zahlkarten, auf denen die 0, die 1 und die 7 stehen, können von der Interviewerin zur Erzeugung kognitiver Konflikte herangezogen oder als Anregung eingesetzt werden, damit das Kind die eigene Antwort vor dem Hintergrund möglicher anderer Resultate rechtfertigt.

3. Aufgabenkarte: $15 \cdot 3 \cdot 0$

In einer von uns durchgeführten Untersuchung mit 119 Viertklässlern (16 Interviews; 103 schriftliche Testbögen) haben nur 15 (!) die Zahl 0 als Ergebnis angegeben, die anderen die Zahl 45 oder das, was sie sonst als Ergebnis von $15 \cdot 3$ ermittelt hatten. Die bei $7 \cdot 0$ vielfach so unerschütterlich geäußerte Überzeugung „Mal 0 ist immer 0“ stößt hier offenbar an ihre Grenzen. Wie sich die Schüler selbst dazu äußern, kann man in D 26 in 4.1 nachlesen.

Mögliche Anschlussaufgaben, die kognitive Konflikte erzeugen können, sind $15 \cdot 3 \cdot 1$, $15 \cdot 3 + 0$, $45 \cdot 0$, $15 \cdot 0 \cdot 3$ oder $0 \cdot 15 \cdot 3$. Zusammen mit $15 \cdot 3 \cdot 0$ könnte man diese Aufgabenkarten auch sortieren lassen in diejenigen, die 45, und diejenigen, die das Ergebnis 0 aufweisen, und einzelne davon dann miteinander vergleichen.

4. Aufgabenkarte: $0 : 5$

In den Interviews mit sechzehn Viertklässlern wurde bei dieser Aufgabe zwölfmal mit 0 geantwortet, doch die Begründungen fielen unterschiedlich aus: „Das kann man nicht rechnen. Also kommt 0 raus.“ „0 kann man nicht durch 5 teilen, weil sie kleiner ist als die 5.“ Das zuletzt angeführte Argument kam in dieser oder ähnlicher Form sehr häufig vor. Für einige Schüler folgte daraus aber, dass die Aufgabe keine, also auch nicht die 0 als Lösung hat. Andere nutzten die Umkehraufgabe zur Rechtfertigung ihres Resultats: „0, weil $0 \cdot 5 = 5$ ist.“

5. Aufgabenkarte: $5 : 0$

Diese Aufgabe kommt im Grundschulmathematikunterricht nicht vor, so dass sie sich gut dazu eignet herauszufinden, was die Kinder unvoreingenommen dazu denken.

Wie könnte es anders gehen?

Alternativ zur aufwendigen Erkundung Vorstellungen einzelner Kinder kann man auch von der Möglichkeit Gebrauch machen, einen schriftlichen Test zu Aufgaben mit der Null durchzuführen und die – mit Sicherheit auftretenden – unterschiedlichen Ergebnisse einzelner Aufgaben zum Gegenstand eines Gespräches unter den Kindern zu machen. Damit bei den Kindern nicht der Eindruck entsteht, alle oder die meisten Aufgaben hätten null als Ergebnis, empfiehlt es sich auch, andere Aufgaben einzuschleichen. Eine entsprechende Serie von 10 Aufgaben könnte z.B. so aussehen: $127 + 0 + 53$, $7 \cdot 0$, $2 \cdot 4 \cdot 3$, $0 : 5$, $8 \cdot 60$, $15 \cdot 3 \cdot 0$, $503 - 387$, $45 \cdot 0$, $999 - 111$, $26 : 0$.

Literaturhinweise: Hefendehl-Hebeker (1981, 1982); Klöpfer (1979); Rotman (1985); Spiegel (1995); Wagner et al. (1991; 1992)

E 9: Summen aufeinander folgender Zahlen

Worum geht es?

Unseres Erachtens sollten im Unterricht und somit auch im Rahmen von Erkundungsprojekten auch mathematisch substantielle Problemfelder behandelt werden, die es den Schülern ermöglichen, Gesetzmäßigkeiten und Zahlmuster zu entdecken, zu benutzen, zu beschreiben und zu begründen. Die Verwirklichung dieses Anspruchs erscheint uns unverzichtbar, da die Zielsetzungen des Arithmetikunterrichts nicht auf den Erwerb von Rechenfertigkeiten reduziert werden dürfen.

Beim vorliegenden Problemkontext geht es darum, natürliche Zahlen als Summen von aufeinander folgenden natürlichen Zahlen darzustellen. Die Tabelle gibt zunächst einen Überblick über die entsprechenden Zerlegungen der Zahlen von 1 bis 30.

| | | | | | |
|----|---------|-------------|---------------|-------------------|---------------------------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | 1 + 2 | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | 2 + 3 | | | | |
| 6 | | 1 + 2 + 3 | | | |
| 7 | 3 + 4 | | | | |
| 8 | | | | | |
| 9 | 4 + 5 | 2 + 3 + 4 | | | |
| 10 | | | 1 + 2 + 3 + 4 | | |
| 11 | 5 + 6 | | | | |
| 12 | | 3 + 4 + 5 | | | |
| 13 | 6 + 7 | | | | |
| 14 | | | 2 + 3 + 4 + 5 | | |
| 15 | 7 + 8 | 4 + 5 + 6 | | 1 + 2 + 3 + 4 + 5 | |
| 16 | | | | | |
| 17 | 8 + 9 | | | | |
| 18 | | 5 + 6 + 7 | 3 + 4 + 5 + 6 | | |
| 19 | 9 + 10 | | | | |
| 20 | | | | 2 + 3 + 4 + 5 + 6 | |
| 21 | 10 + 11 | 6 + 7 + 8 | | | 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 |
| 22 | | | 4 + 5 + 6 + 7 | | |
| 23 | 11 + 12 | | | | |
| 24 | | 7 + 8 + 9 | | | |
| 25 | 12 + 13 | | | 3 + 4 + 5 + 6 + 7 | |
| 26 | | | 5 + 6 + 7 + 8 | | |
| 27 | 13 + 14 | 8 + 9 + 10 | | | 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 |
| 28 | | | | | |
| 29 | 14 + 15 | | | | 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 |
| 30 | | 9 + 10 + 11 | 6 + 7 + 8 + 9 | 4 + 5 + 6 + 7 + 8 | |

Man kann dieser Tabelle einige Auffälligkeiten entnehmen. Wenn man zwei aufeinander folgende Zahlen addiert, kann man (mit Ausnahme der 1) sämtliche ungerade Zahlen erzeugen. Mit Ausnahme der 3 lassen sich alle durch 3 teilbaren Zahlen darstellen; beginnend mit 10 lässt sich nach demselben Prinzip (Erhöhung aller Summanden um 1) jede vierte Zahl ausdrücken. Entsprechendes gilt ab 15 für jede 5. Zahl, ab 21 für jede 6. Zahl, ab 28 für jede 7. Zahl usw. Wenn man die Tabelle auf diese Weise beispielsweise bis zur 100 erweitern würde, erhielte man sämtliche Zerlegungen der Zahlen des Hunderterraums.

Eine Zerlegung in *ungerade* viele Summanden ist stets – beginnend bei einem bestimmten Startwert – bei denjenigen Zahlen möglich, die durch die Anzahl der Summanden teilbar sind: Durch 3, 5, 7, ... teilbare Zahlen lassen sich in Dreier-, Fünfer-, Siebenersummen, ... zerlegen. Bei geraden Anzahlen von Summanden ist der Sachverhalt nicht ganz so einfach: Es sind nicht die durch 2, 4, 6, ... teilbaren Zahlen, die sich als Zweier-, Vierer-, Sechsersummen darstellen lassen, sondern die Zahlen, die bei Division durch 2 den Rest 1, bei Division durch 4 den Rest 2, bei Division durch 6 den Rest 3, ... lassen – dazu später mehr.

Betrachten wir zunächst die Zerlegungen in *ungerade* viele Summanden, indem wir verallgemeinern. Dabei ist es günstig, nicht die erste, sondern die mittlere Zahl

mit n zu bezeichnen; die Dreiersumme lautet dann: $(n-1)+n+(n+1)=3n$. Dreiersummen sind also immer durch 3 teilbar, und auch umgekehrt gilt: Jede durch drei teilbare Zahl (größer als 3, da sonst $(n-1)=0$ wäre) ist als Dreiersumme mit Mittelzahl n darstellbar. Für die Zahl 123 beispielsweise würde sich folgende Zerlegung ergeben: $123=3n$, also $41=n$, demnach gilt $123=40+41+42$.

Bei Fünfersummen lässt sich die Summe entsprechend als Fünffaches der Mittelzahl ausdrücken: $(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)=5n$. Andersherum gedacht: Wenn ich eine durch 5 teilbare Zahl als Fünfersumme ausdrücken möchte, so erhalte ich bei Division durch 5 die sog. Mittelzahl und kann die fehlenden Summanden um diese gruppieren. Ein Beispiel: Man möchte die Zahl 1000 als Fünfersumme darstellen ($1000=5n$). Dabei erhält man die Mittelzahl durch Division durch 5 ($n=200$) und damit als Fünfersumme $1000=198+199+200+201+202$. Entsprechend kann man Siebenersummen, Neunersummen, Elfersummen, ... für Zahlen erzeugen, die durch 7, 9, 11, ... teilbar sind.

Dieses Verfahren lässt sich nicht unmittelbar auf gerade Anzahlen von Summanden übertragen, denn wenn man beispielsweise eine durch 4 teilbare Zahl durch 4 dividiert, erhält man keine Mittelzahl, um die herum man die gerade vielen Summanden gruppieren könnte. Anders sieht es bei denjenigen Zahlen aus, die bei der Division durch 4 den Rest 2 lassen. Im Beispiel $18:4$ würde die Mittelzahl 4,5 sein, rund um die nach dem oben beschriebenen Ausgleichsverfahrens (hier: $\pm 0,5$ bzw. $\pm 1,5$) vier Summanden angeordnet werden können: $18=3+4+5+6$. Generell lassen sich diejenigen Zahlen als Summe mit einer geraden Anzahl – nennen wir diese einmal g – von Summanden ausdrücken, die bei Division durch g den Rest $g/2$ lassen, also bei Division durch 2 (4, 6, 8, ...) den Rest 1 (2, 3, 4, ...). Dann nämlich entsteht als Ergebnis der Division durch g eine Mittelzahl, die genau zwischen zwei natürlichen Zahlen liegt, so dass es keine Schwierigkeiten bereitet, eine gerade Anzahl an Summanden um eben diese Zahl herum anzuordnen.

In diesem Zusammenhang möchten wir es nicht versäumen, darauf hinzuweisen, dass es sich bei diesem Problemfeld um einen Kontext handelt, der mit einem der schönsten Sätze aus dem Gebiet der Zahlentheorie verbunden ist, dem Satz von J. J. Sylvester (1814–1897): Eine Zahl besitzt genauso viele Zerlegungen in aufeinander folgende natürliche Zahlen, wie diese Zahl ungerade Teiler verschieden von 1 hat.

Diesen Satz wollen wir abschließend anhand eines Beispiels illustrieren: Zur Zahl 30 (ungerade Teiler verschieden von 1: 3, 5, 15) existieren drei Zerlegungen in Reihenfolgezahlen: $30=9+10+11=6+7+8+9=4+5+6+7+8$. Worin besteht nun der Zusammenhang zwischen dem ungeraden Teiler und der Darstellung als Summe aufeinander folgender Zahlen? Teilt man 30 durch 3, so erhält man die Mittelzahl 10 und eine Zerlegung mit 3 Summanden $9+10+11$. Mit Divisor 5 ergibt sich als Mittelzahl 6 mit einer Fünfersumme: $4+5+6+7+8$. Analog erhält man bei der Division durch 15 die Mittelzahl 2; entsprechend hat die Zerlegung mit 15 Summanden folgendes Aussehen: $15=(-5)+(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2+3+4+5+6+7+8+9$. Da sich positive und negative Zahlen gegeneinander aufheben, bleibt also die Darstellung $15=6+7+8+9$. Die Zahl 1 wird im Satz von Sylvester also bewusst ausgeklammert, da man lediglich die Zerlegung in „Einersummen“ erhalten würde mit der zu zerlegenden Zahl selbst als „Mittelzahl“ ($30=30$).

Die folgenden Anmerkungen beziehen sich auf die Durchführung der Erkundung als Zweierinterview; entsprechende Abwandlungen sind jedoch leicht möglich, wenn es vorgesehen ist, die Kinder einzeln zu beobachten und zu befragen.

Was wird benötigt?

Um den Kindern nicht bestimmte Vorgehensweisen nahe zulegen erscheint es sinnvoll, den Kindern lediglich DIN-A4-Papier und Stifte zur Verfügung zu stellen. Letztere sollten verschiedenfarbig sein, so dass es den Schülern prinzipiell möglich ist, Beziehungen oder Anmerkungen von unterschiedlicher Bedeutung durch entsprechende Farbgebung zu markieren. Von Fall zu Fall kann es sich im Interview ergeben, dass das Ordnen der bereits gefundenen Möglichkeiten eine Hilfe zur weiteren Durchdringung des Problemfelds darstellt. Hier wäre es dann den Kindern möglich, auf dem Blatt notierte Zerlegungen auszuschneiden und ggf. neu aufzukleben bzw. weitere Summen auf kleinen Papierstücken zu notieren. Daher sollten auch zwei Scheren, Klebstoff sowie Papierstreifen bereitliegen.

Wie kann man vorgehen?

1. Verstehen der Aufgabenvorschrift

Unseres Erachtens sollte man die Kinder die Aufgabenvorschrift nicht erraten lassen, sondern sie ihnen direkt mitteilen. Allerdings sollte man ihnen auch anhand von Beispielen die Gelegenheit geben, Missverständnisse auszuräumen.

- Heute werden wir uns mit Zahlen beschäftigen, die immer in einer Reihenfolge stehen. Die nennt man auch Reihenfolgezahlen, also z. B. 1, 2, 3 ... oder 9, 10, 11, 12, 13, ... oder 21, 22, 23, 24.
- (Die Interviewerin legt fünf Kärtchen auf den Tisch, auf denen die folgenden Summen stehen: $1+2+3+4$; $2+5+8$; $4+5+6+7+8+9$; $4+5$; $10+11+13$.) Hier siehst du Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen und solche, bei denen nicht alle Zahlen Reihenfolgezahlen sind. Welche sind Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen? Welche nicht, warum nicht?

2. Erstes Anwenden der Aufgabenvorschrift

Anschließend sollten die Kinder selbst jeweils eine, bei Bedarf auch mehrere Summen von Reihenfolgezahlen produzieren. Die Schüler sollten diese Summe zunächst nicht schriftlich fixieren, da dies bei der Bearbeitung des eigentlichen Problems sich störend auf die folgenden, ggf. systematisch angelegten Notizen auswirken könnte.

- Kannst du eine Plusaufgabe mit Reihenfolgezahlen erfinden?

3. Verstehen des Problems

- Gleich sollt ihr ganz viele Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen finden. Es gibt jedoch eine Bedingung: Das Ergebnis darf nicht größer sein als 25 – also genau 25 darf es sein, aber nicht größer.
- Es ist ganz gut, wenn ihr das Ergebnis jetzt immer dazuschreibt, weil man es leicht wieder vergisst.
- Also, euer Forschungsauftrag lautet: Findet viele Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen. Das Ergebnis darf nicht größer sein als 25.

4. Produktion von Lösungen

Die Schüler notieren – nach welcher Strategie auch immer – ihre Lösungen. Wenn die Interviewerin systematisches Vorgehen vermutet, fragt sie nach:

- Wie bist du auf diese Lösung gekommen?
- (zu einem anderen Kind) Verstehst du, wie XY auf die Lösung gekommen ist?

5. Zwischenreflexion

Die meisten Schüler notieren die einzelnen Lösungen nach unserer Erfahrung ungeordnet. Wenn sie Schwierigkeiten haben weitere Lösungen zu finden, sollte die Interviewerin eine Zwischenreflexion anregen:

- Ihr habt jetzt ja schon ganz viele Möglichkeiten gefunden. Wie könnte man jetzt feststellen, ob das alle sind? Habt ihr eine Idee?
- Ich habe euch noch weitere Blätter, farbige Stifte, Scheren, Klebstoff und ein paar Papierstreifen bereitgelegt. Das alles könnt ihr benutzen, wenn ihr es braucht.

6. Produktion weiterer (bzw. aller fehlenden) Lösungen

Dabei Nachfragen wie:

- Was überlegst du gerade? Wie bist du darauf gekommen?

7. Schlussreflexion und Begründung

- (Wenn die Schüler „fertig“ zu sein scheinen:) Sind das alle Möglichkeiten? Woher wisst ihr das?
- Ggf. fehlende Möglichkeiten werden – wenn die Schüler keine weiteren mehr finden – vom Interviewer ergänzt. Dies geschieht zum einen um den Kindern das Gefühl zu geben, dass sie überwiegend richtig gearbeitet haben, zum anderen um von ihren Reaktionen auf die Nennung der zu ergänzenden Lösungen Rückschlüsse auf ihr Denken ziehen zu können.

Wie könnte es anders gehen?

Der verwendete Zahlenraum hat sich in unseren Untersuchungen als gut geeignet erwiesen, um mit jeweils zwei Viertklässlern gegen Ende des Schuljahres ein etwa 40-minütiges Interview zu führen. Je nach Leistungsstärke der Schüler kann man die obere Zahlengrenze natürlich nach unten oder oben variieren, wobei es sich als problematisch erweisen kann, wenn man nur sehr wenige Zahlen als Ergebniszahlen zulässt, da gewisse Einsichten in zugrunde liegende Strukturen hinreichend vieler Beispiele bedürfen.

Um das Denken der Kinder nicht zu stark zu kanalisieren haben wir die Vorgaben auf ein Minimum reduziert. Abhängig vom Erkenntnisinteresse der Interviewerin kann diese den Forschungsauftrag von vornherein oder im Verlauf des Interviews so formulieren, dass die Schüler alle Zerlegungen in zwei, drei, vier, usw. Summanden finden sollen und so das Denken der Schüler auf eine spezielle Vorgehensweise lenken, nämlich die Anzahl der Summanden zum Hauptordnungskriterium zu machen.

Die meisten Kinder gingen in unserer Untersuchung nicht ergebnisorientiert vor, d. h. sie suchten nicht für ein bestimmtes Ergebnis zugehörige Zerlegungen, sondern produzierten – in der Regel systematisch – Summen und überprüften, ob deren Summe den vorgegebenen Zahlenraum nicht verließ. Es kann sich im Verlauf des Interviews jedoch durchaus auch als sinnvoll erweisen, von den Ergebnissen her zu denken: „Gibt es für jede Ergebniszahl eine Plusaufgabe mit Reihenfolgezahlen?“ Und: „Bei welchen Ergebniszahlen gibt es mehrere Aufgaben mit Reihenfolgezahlen? Wie viele?“

In diese Richtung kann das Problem erweitert werden. Die Interviewerin kann beispielsweise die Aufgabe stellen, für das Ergebnis 45 möglichst viele Plusaufgaben mit Reihenfolgezahlen zu finden. Diese Zahl bietet sich aufgrund der hohen Anzahl der ihr zugehörigen ungeraden Teiler an; genauso gut ist es jedoch auch möglich und sinnvoll, beispielsweise die für Kinder in der Regel reizvolle Zahl 100 zu verwenden.

Literaturhinweise: Schwätzer & Selter (in Vorb.); für ähnlich substantielle Problemfelder vgl. Selter & Scherer (1996); Steinbring (1995); Krauthausen (1995); Selter (1997)

5.3 Organisatorisches, Videotechnik, Transkription

Im Folgenden wollen wir wichtige Erfahrungen, die wir in unseren Untersuchungen sammeln konnten, darstellen. Deren Studium soll es der Leserin erleichtern, die inhaltsunabhängigen Aspekte eines Erkundungsprojekts in den Griff zu bekommen: Was sollte organisatorisch bedacht werden, wenn man Interviews durchführt? Worauf sollte man achten, wenn man diese videografisch aufzeichnet? Was sollte man berücksichtigen, wenn man die Interviews in Form von sog. Transkripten schriftlich dokumentiert?

Organisatorisches

Kontakt zu Kindern, die interviewt werden sollen, kann man nicht selten zunächst auf privater Ebene knüpfen (eigene Kinder, solche aus der Verwandt-, Bekannt- oder Nachbarschaft, aus dem Sportverein, der Jugendgruppe, usw.). Wenn sich hier keine Möglichkeiten eröffnen, muss einiges vorab mit den beteiligten Personen und Institutionen wie Kindergarten, Schule, Lehrer und Eltern verabredet werden.

Will man mit Kindern eines Kindergartens arbeiten, muss zunächst bei der Kindergartenleitung und den Erzieherinnen durch entsprechende Gespräche Interesse und Bereitschaft zur Mitwirkung geweckt werden. Nach unseren Erfahrungen stellt dieses selten ein Problem dar. Die Erzieherinnen holen dann häufig auch die Erlaubnis der Eltern ein, bei denen es eher schon einmal vorkommen kann, dass sie kritisch nachfragen oder gar die Erlaubnis verweigern (s. u.).

Beabsichtigt man in der Schule zu arbeiten, so müssen zumindest Schulleitung, Lehrpersonen, Eltern informiert und einverstanden sein. Wir haben es erst einmal erlebt, dass man eine Schulleitung antrifft, die das Einverständnis von höherer Stelle (Schulrat, Ministerium) für erforderlich hält. Dann hat man die Wahl, sich diesen Mühen mit den ggf. entsprechenden Zeitverzögerungen zu unterziehen oder sich eine andere Schule zu suchen. Wir haben gute Erfahrungen damit gemacht, dass die Erkundungsprojekte mit Videoaufzeichnung ebenso behandelt werden wie normale Praktika, für die die Zustimmung der Schulleiterin ausreicht.

Mit der Lehrerin müssen insbesondere die zeitlichen und räumlichen Rahmenbedingungen abgesprochen werden. Es wurde uns bislang immer ermöglicht, die Interviews während der

Unterrichtszeit in einem separaten Raum durchzuführen. Am einfachsten geht das in Klassen, in denen offene Unterrichtsformen (Tagesplan, Wochenplan, Freie Arbeit) gepflegt werden. Vereinbart werden sollte auch eine vorangehende Hospitationsphase, damit Interviewerin und Kinder sich ein wenig kennen lernen und ein gewisses Vertrauen zueinander fassen können.

Das bei Videoaufzeichnungen in jedem Fall einzuholende Einverständnis der Eltern kann durch Elternbriefe, auf einem Elternabend (ggf. durch die Lehrerin alleine) oder durch persönliche Einzelgespräche eingeholt werden: Vorausgehen sollte eine Information über das Vorhaben allgemein (in der Regel keine Details) sowie die Beweggründe (vgl. den abgedruckten Elternbrief 1). Je nach Art der vermuteten oder vorgetragenen Bedenken sollte betont werden, dass es keinesfalls darum geht, die Kinder auf ein Selektionsinteresse hin zu testen, sondern dass sogar positive Auswirkungen erwartet werden können. Denn die Lehrerin kann durch die Auswertung der Interviews viel mehr über die einzelnen Kinder in Erfahrung bringen als unter normalen Bedingungen; diese Informationen können dann zu einer gezielten Förderung der Kinder beitragen.

Das Verfahren kann vereinfacht werden, wenn sich die Eltern nur dann äußern müssen, wenn sie nicht einverstanden sind. Will man allerdings über vollständige schriftliche Unterlagen verfügen, so sollten alle Eltern ein entsprechendes Formular unterschreiben. Neben dem Einverständnis, dass die Interviews mit der Videokamera aufgezeichnet werden, sollte man sich unter Umständen auch die Genehmigung einholen, die entstandenen Dokumente im Rahmen von Veranstaltungen der Lehreraus- und -fortbildung mit anderen Personen zu betrachten und zu diskutieren (vgl. den abgedruckten Elternbrief 2).

Hin und wieder fragen die Eltern nach der Möglichkeit, die Aufzeichnung mit ihrem Kind zu sehen. Wir entsprechen diesem Wunsch in der Regel nicht, weil Eltern selten die kompetenzorientierte Sichtweise auf ihr Kind haben, die die Hintergrundphilosophie unserer Erkundungen darstellt. Es besteht die Gefahr, dass sie das Verhalten und die Leistungen ihres Kindes negativer sehen, als es uns als angemessen erscheint – möglicherweise mit entspre-

chenden Belastungen für die Eltern-Kind-Beziehung. Zwar gehen wir zunächst einmal davon aus, dass das Verhalten des Kindes während des

Interviews nicht nennenswert beeinflusst würde, wenn es weiß, dass die Eltern es später sehen – ausgeschlossen ist jedoch auch dies nicht.

Beispiele für Elternbriefe

Elternbrief 1

Bettina Vogt
Studentin an der Uni-GH Paderborn

Paderborn, den 11.12.97

Liebe Eltern der Schülerinnen und Schüler der Klasse 4a,

ich studiere im 7. Semester an der Uni-GH Paderborn im Studiengang Lehramt für die Primarstufe, möchte also Grundschullehrerin werden.

Im Rahmen meines Studiums im Fach Mathematik mache ich zur Zeit ein freiwilliges Praktikum, bei dem ich einen Teil des Unterrichts in der Klasse Ihres Kindes beobachte. Um mehr darüber zu erfahren, wie Kinder mit mathematischen Problemen umgehen, möchte ich gerne den Kindern in Einzelgesprächen einige Aufgaben stellen und diese Gespräche auf Videoband aufzeichnen. In ähnlichen Projekten an der Uni-GH Paderborn hat sich gezeigt, dass oft viele schlaue Gedanken der Kinder erst durch mehrmaliges Betrachten und Auswerten solcher Videoaufzeichnungen entdeckt und richtig gedeutet werden können.

Die Gespräche mit den Kindern sollen in Absprache mit Frau Mustermann nach den Weihnachtsferien während der Freiarbeit durchgeführt werden, da so der Unterrichtsablauf am wenigsten beeinflusst wird.

Um sicherzugehen, dass Sie von meinem Vorhaben unterrichtet sind, möchte ich Sie nun bitten, den unten stehenden Abschnitt auszufüllen und Ihrem Kind bis zum 18.12.97 wieder mitzugeben.

Sollten Sie mit einem aufgezeichneten Gespräch zwischen Ihrem Kind und mir nicht einverstanden sein, vermerken Sie das bitte auf dem Abschnitt.
Ich bedanke mich schon im Voraus für Ihr Verständnis.
Mit freundlichen Grüßen

Bettina Vogt

Ich/wir habe(n) den Brief zu dem geplanten Gespräch einer Studentin mit unserem Sohn/unsere Tochter zur Kenntnis genommen.

.....
(Unterschrift)

Annette Ibach
Sabine Winter

Paderborn, 10.07.1997

Liebe Eltern der Klasse 4c,

Sie haben vielleicht von Ihrem Kind erfahren, dass wir die Interviews erfolgreich abschließen konnten. Wir möchten uns hiermit für Ihr Verständnis und Ihre Einwilligung zu den Aufnahmen bedanken.

Durch die Interviews mit den Kindern konnten wir sehr viel lernen und Einsicht in ihre Denk- und Vorstellungsweisen gewinnen.

Die Interviews sollen eventuell im Rahmen von Vorlesungen und Seminaren zur Lehrerbildung gezeigt werden, deshalb möchten wir auf diesem Wege auch dafür um Ihr Einverständnis bitten.

Sollten Sie nicht einverstanden sein, vermerken Sie das bitte auf dem unteren Anschnitt.

Bei Rückfragen stehen unser Dozent Prof. Dr. Hartmut Spiegel und wir gern zur Information bereit. Unsere Tel. Nr. finden Sie unten.

Herzlichen Dank im Voraus!

Annette Ibach

Sabine Winter

Ich bin einverstanden, dass die Interviews in Vorlesungen und Seminaren gezeigt werden. ✂

Datum Unterschrift

Zur Videotechnik

(Dieser Abschnitt basiert auf Manuskripten von Ulrich Schwätzer und Bernadette Thöne)

Die Interviews sollten unseres Erachtens dokumentiert werden, möglichst mit einer Videoanlage, wie wir mit folgenden Argumenten belegen wollen (für den Einsatz von Video in Forschung und Lehre vgl. Ulrich & Buck 1993).

■ Einmal erstellte Videoaufnahmen sind beliebig oft wiederholbar, d.h. sowohl optische als auch akustische Aufzeichnungen können mit zeitlicher Distanz beliebig oft wiedergegeben werden. Darüber hinaus kann das Videodokument mit Hilfe von Messmethoden bearbeitet werden (z.B. Ermittlung der Zeitdauer einzelner Abschnitte).

■ Die Bildwiedergabe kann in ihrer Geschwindigkeit verändert werden. Sie kann von der normalen Wiedergabe über verschiedene Zeitraffertempi bis zum Bildstillstand verlangsamt werden,

so dass Details besser erkennbar werden. Dazu besitzen viele Videorecorder noch spezielle Funktionen wie z.B. Ausschnittsvergrößerung aus dem Standbild heraus, die für eine bessere Detailerkennung sorgen können. Durch die Beschleunigung per Zeitraffer können außerdem längerfristige Verhaltensaspekte kompakt dargestellt werden.

■ Die Videoaufzeichnung bietet nicht nur die Möglichkeit, verschiedene Personen zur Interpretation heranzuziehen, sondern auch für die Interviewerin selbst den Vorteil, das Geschehen mit einer gewissen Distanz zu verfolgen. Während des Interviews unterliegt diese nämlich in der Regel ständigen Aufmerksamkeitschwankungen, die die Fähigkeit, ihre Interpretationen an das Denken des Kindes anzunähern, beeinträchtigen können.

■ Eine Videoaufzeichnung kann digitalisiert und per EDV bearbeitet, somit computerunterstützt ausgewertet werden. Unter dem Stichwort „Multime-

dia“ sind in der nahen Zukunft gewaltige Entwicklungen in diesem Bereich zu erwarten.

Bei allen Vorteilen wollen wir jedoch auch mögliche Einschränkungen nicht verschweigen.

■ Das Gespräch wird nie vollkommen authentisch abgebildet, sondern durch die Videoaufzeichnung tendenziell verfälscht. Schaltet man beispielsweise von der Gesamt- auf die Detailansicht um, so vermutet man eine wichtige Detailhandlung und verzichtet auf die ggf. wichtige Zentralansicht. Die tendenzielle Verfälschung erhöht sich noch, wenn Teile der Videoaufzeichnung herausgeschnitten, verkürzt oder anders zusammengestellt werden. Die Tonaufzeichnung kann zudem als Filter wirken. Bei direkter Beobachtung fällt es dem Beobachter leicht, einer Person zuzuhören, während andere Personen gleichzeitig sprechen. Eine Audioaufzeichnung einer solchen Situation erschwert eben dieses beträchtlich.

■ Es können sog. „reaktive“ Effekte auftreten; eine Person, die mit einer Videokamera beobachtet wird, verhält sich unter Umständen ganz anders als in direkter Beobachtung. So ist es nicht vollkommen ausgeschlossen, dass sich eine hemmende Wirkung beobachten lässt, die bis zur Sprachverweigerung gehen kann. Genauso gut kann auch eine anregende Wirkung von der Kamera ausgehen, die dazu führt, dass die Kinder sich regelrecht „in Szene“ setzen. Beides haben wir, insbesondere wenn den Kindern zu Beginn des Interviews „die Technik“ kurz erklärt worden ist, nur selten beobachten können.

Im Folgenden haben wir wichtige Punkte unseres im Laufe der Jahre erworbenen Know-hows für eine qualitativ akzeptable Videoaufzeichnung zusammengestellt. Wir wollen die Leserinnen allerdings nicht dadurch abschrecken, dass wir zu sehr ins Detail gehen. Nicht zuletzt, weil sich der Stand der Technik laufend ändert, werden wir uns diesbezüglich kurz fassen. Wir werden zudem nicht auf diejenigen Punkte eingehen, die man durch ein Studium der zu den Geräten gehörenden Gebrauchsanweisungen erfahren kann.

S(uper)-VHS-Geräte an. Aber auch mit reinen VHS-Camcordern bzw. VHS-Kameras mit externem Aufzeichnungsgerät lassen sich noch gute Ergebnisse erzielen, so dass natürlich niemand auf Aufzeichnungen verzichten oder auf eine bessere Ausstattung warten sollte, der ein VHS-Gerät besitzt. Insbesondere, wenn es nur darum geht, Erfahrungen zu sammeln und diese zu analysieren, ohne sie in einem größeren Kreis zur Diskussion stellen oder Zusammenschnitte anfertigen zu wollen, ist das VHS-Format absolut ausreichend.

Die spätere Arbeit mit den Dokumenten (Auswertung und Transkription) wird erleichtert, wenn die Kamera eine Einrichtung hat, mit der die Bandlaufzeit ins Bild eingeblendet werden kann (Time-Code). Da solche Geräte jedoch selten sind, sollte man zumindest nicht vergessen, Datum und Uhrzeit einzublenden. Außerdem sollte die Autofocusfunktion (automatische Scharfstellung) des Camcorders abschaltbar sein (s. u.).

Die Tonqualität ist maßgebend für die Qualität der gesamten Videoaufzeichnung. Denn eine Farbverfälschung der Kleidung der aufgenommenen Person stört in der Regel kaum bei der anschließenden Auswertung, ein schwer verständlicher oder „blechern“ klingender Ton – wie er bei den üblichen Einbaumikrofonen an Camcordern häufig entsteht –, verbunden mit starkem Hintergrundrauschen und mechanischen Geräuschen der Kamera erschwert die Erstellung eines Transkripts ungemein. Darum raten wir nachdrücklich zur Nutzung eines externen Mikrofons. Die Transkription der Videobänder wird durch die technischen Gegebenheiten erschwert: Ein Videoband stets so vor- und zurückzuspulen, dass es an die richtige Stelle kommt, ist schwierig und erhöht den Verschleiß des Geräts und des Videobandes. Es ist daher hilfreich, die Tonaufnahme nachträglich vom Videoband auf eine Audiocassette zu überspielen und dann mit Hilfe eines Walkmans zu transkribieren. Eine andere Lösung besteht darin, ein kleines Diktiergerät mitlaufen lassen. In beiden Fällen wird die Transkription wesentlich erleichtert. Generell gilt u. E.: So viel *eingesetzte* Technik wie verfügbar und sinnvoll, so wenig *sichtbare* wie möglich.

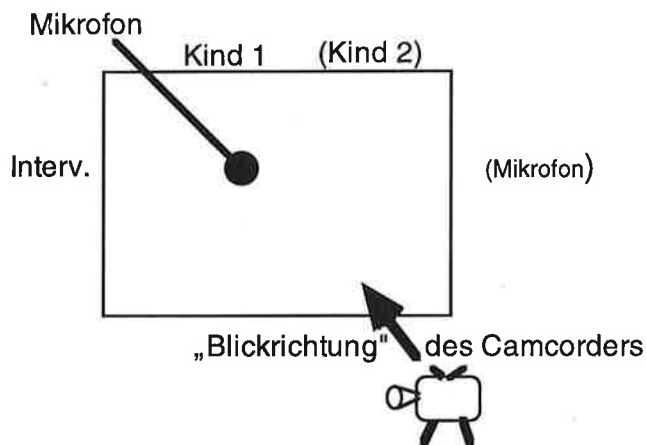
Sinnvolle Ausstattungsmerkmale

Will man die bestmögliche Aufnahmequalität erzielen und auch Qualitätsverluste bei späteren Kopien möglichst gering halten, bieten sich derzeit

Kamera und Arbeitstisch sollten so stehen, dass keine störende Helligkeit von vorne kommt (z.B. durch ein Fenster oder eine sehr helle Wand). Ist der Tisch

Zur Aufstellung der Geräte

weiß, sollte eine dunkle Tischdecke verwendet werden. Der Camcorder sollte leicht diagonal zu den Interviewpartnern aufgestellt werden. Dann kommen auch Gestik und Mimik der Interviewerin ins Bild, die auch Einfluß auf den Interviewverlauf nehmen können. Je nach den Möglichkeiten und dem Erkenntnisinteresse ist es manchmal durchaus sinnvoll, andere Einstellungen zu wählen.



Die Aufnahme sollte von schräg oben gemacht werden, um alle auf dem Tisch ausgeführten Handlungen oder Zeichnungen bzw. Niederschriften gut erkennen zu können. Dazu ist auch sinnvoll, dass das benutzte Schreibpapier (DIN A3 oder DIN A2) nicht weiß, sondern z.B. gelb ist. Während des Interviews sollte man stets darauf achten, dass das Kind groß genug schreibt.

Wer über die entsprechenden technischen Möglichkeiten verfügt, kann mit Hilfe eines zusätzlich aufgestellten, für die Kinder einsehbaren Bildschirms das von der Kamera aufgezeichnete Bild sichtbar werden lassen. Die Kinder können dann selbst kontrollieren, ob ihre (Schreib-)Handlungen gut erkennbar sind. Nach unseren Erfahrungen werden die Kinder dadurch stärker in die Dokumentation des Interviews verantwortlich eingebunden.

Wenn die interviewten Personen vor einem Computerbildschirm sitzen, dessen Display auch ins Bild kommen soll, ist diese Anordnung nicht zweckmäßig. Hier empfiehlt es sich, die Köpfe von hinten an den Bildschirmrand zu platzieren und die Sicht auf den Bildschirm zu lenken. Wenn man nur eine Kamera hat, gehen dadurch zwangsläufig andere Informationen verloren.

Die Kamera sollte auf einem Stativ montiert sein. Dann wird auch keine weitere Person hinter der Kamera

benötigt. Wenn eine solche zur Verfügung steht, ist es möglich – und in Maßen auch sinnvoll –, mit Veränderungen des Bildausschnitts zu arbeiten.

Da, wie schon ausgeführt, auf eine gute Tonqualität der Aufzeichnung besonderer Wert gelegt werden sollte, empfehlen wir den Anschluss eines externen Mikrofons. Mit Hilfe von (Walkman-)Kopfhörern, die an die Kamera angeschlossen werden können, sollte man sich vorher vergewissern, dass es funktioniert; es gibt nichts Ärgerlicheres als „Stummfilme“.

Das Mikrofon soll seinen Aufnahmeeigenschaften entsprechend platziert werden, darf aber nicht eventuelle Informationen, Handlungen oder Niederschriften verdecken und sollte auch kein störendes Bildelement sein. Bei unseren Aufnahmen haben wir es in der Regel an der Tischecke zwischen Interviewerin und dem (den) Interviewpartner(n) aufgestellt, etwa so, wie in der Abbildung angedeutet. Hierbei kann das Mikrofon so platziert werden, dass es mit seinem Stativ eine Linie für die Kamera bildet, so dass es später im Bild sehr unauffällig ist. Alternativ kann es rechts neben dem Tisch aufgestellt werden, was in der Regel eine bessere Qualität der Tonaufnahme gewährleistet, da die Interviewpartner direkt ins Mikrofon sprechen können.

Auf jeden Fall sollte man zunächst einen Weißabgleich an der Kamera durchführen, was in der Regel bei allen Kameras und Camcordern recht einfach möglich ist. Das hat folgenden Hintergrund: Die unterschiedliche spektrale Zusammensetzung des Lichts bei unterschiedlichen Beleuchtungsverhältnissen wird von unserem Auge automatisch kompensiert. Weiß erscheint beispielsweise unter der Neonröhre genauso wie unter Sonnenlicht. Die Videokamera nimmt solche Adaptionen zwar automatisch, allerdings auch nur eingeschränkt vor. Insbesondere bei Neonlicht oder bei Mischlicht, z.B. Kunstlicht mit Tageslicht, führt die Weißabgleichsautomatik zu Blau- oder Rotstich, der manuell ausgeglichen werden muss.

Die meisten Camcorder arbeiten mit einer Belichtungsautomatik. Diese funktioniert hinreichend gut bei „normalen“ Kontrasten (Unterschied zwischen hellen und dunklen Bildteilen) und bei normaler Helligkeit. Es kann jedoch auch zu Problemen kommen: Bei starken Kontrasten, wenn etwa ein weißes Blatt

Zum Einsatz der Geräte

Papier auf einem dunklen Tisch liegt, wird das Blatt zwar rein weiß erscheinen, die Schrift auf dem Blatt jedoch kaum zu erkennen sein. Denn die Automatik wählt eine Belichtungsstufe, die zwischen dem dunklen Bildteil des Tisches und dem hellen des Blattes liegt. Hier kann man sich auf zwei Arten helfen: Die erste Möglichkeit besteht darin, den Bildausschnitt so zu wählen, dass nur noch das Blatt zu sehen ist. Dann wird die Automatik eine Belichtungsstufe wählen, die die Schrift erkennbar macht. Soll der Ausschnitt allerdings derselbe bleiben, muss man, insofern eine manuelle Belichtungssteuerung vorhanden ist – in der Regel allerdings nur bei besseren Geräten –, die Blende so lange abblenden, bis die Schrift erscheint.

Es ist unbedingt zu vermeiden, sog. „Gegenlichtaufnahmen“ zu machen, also eine Person beispielsweise vor einem Fenster sitzend aufzunehmen. Das Tageslicht im Fenster ist so hell, dass die Automatik sehr stark abblendet und die Person vor dem Fenster nur noch als schwarzer Schatten zu sehen ist. Im Zweifelsfall verdunkle man lieber die Fenster und schalte die Raumbeleuchtung ein. Besser ist es, die Aufnahmen vor einem freundlichen, einfarbigen Hintergrund zu machen.

Bei klinischen Interviews wählt man am besten einen Bildausschnitt, der das wesentlich Aufzunehmende im mittleren Bildschirmdrittel darstellt. Oben und unten soll ein Rand bleiben (z.B. ein Tisch oder eine Wand), da diese Einstellung erfahrungsgemäß vom Betrachter als harmonisch empfunden wird. Ein Grundprinzip für alle Filmaufnahmen ist, den einmal gewählten Standort und die einmal gewählte Kameraeinstellung (Aufnahmerichtung und Brennweite) möglichst wenig zu verändern. Sonst hat der Betrachter keine Möglichkeit, das Bild in Ruhe auf sich wirken zu lassen, ihm wird „schwindelig“.

Diese Grundregel lässt sich natürlich nicht ständig einhalten. Problematisch wird es, wenn z.B. mit Material gearbeitet wird und Handlungsdetails festgehalten werden sollen. Wenn geschwenkt werden muss, dann möglichst selten, möglichst langsam und möglichst sanft. Das Gleiche gilt für den Zoom (Brennweitenverstellung, auch „Tele“ genannt). Langsam heranzoomen heißt allerdings unter Umständen, erst dann Details erkennen zu können, wenn die Aktion bereits abgeschlossen

ist. Abhilfe kann man hier schaffen, wenn man über eine Kamera mit manuell bedienbarem Zoom verfügt und so schnell heranzoomt, dass der Eindruck eines Schnittes bzw. einer Überblendung entsteht. Eine noch bessere Lösung besteht darin, zwei Kameras zu benutzen. Dabei hält eine Kamera ständig die Gesamtansicht fest, eine zweite verfolgt die Details. In der Regel verfügt man jedoch nicht über zwei Geräte; außerdem ist diese Methode technisch aufwendiger, da die beiden Aufnahmen ja synchron verarbeitet werden müssen.

Der Autofocus sollte abgeschaltet sein, da sonst die Gefahr besteht, dass er „springt“. Die Scharfeinstellung wird wie folgt vorgenommen: Vor Beginn des Interviews wird ein Objekt mit klaren Konturen auf den Interviewtisch gelegt. Dieses wird dann herangezoot und manuell scharf eingestellt (Nahaufnahme). Danach wird der Bildausschnitt wieder vergrößert, so dass alle Interviewbeteiligten zu sehen sind (Totale).

Weiterhin empfiehlt es sich, bei der Aufzeichnung mit einem Netzgerät statt mit Akkus zu arbeiten. Damit geht man der Gefahr aus dem Wege, dass es bei älteren Akkus oder fehlerhafter Aufladung zu unerwünschten Unterbrechungen der Aufzeichnung kommt.

Das Durchgehen der folgenden Checkliste kann vor unliebsamen Überraschungen schützen:

- Kamera mit Netzteil (ggf. zwei volle Akkus)
- Kamerastativ
- Videobänder
- externes Mikrofon
- benötigte Verbindungskabel
- ggf. kleiner Monitor
- Mikrofonstativ
- Kopfhörer
- Verlängerungskabel
- Mehrfachsteckdose
- großes gelbes Papier, dicke Stifte bzw. das benötigte Material

Videoaufzeichnungen von Interviews können durch keine andere Dokumentationsform vollständig ersetzt werden und sind wertvolle Quellen für die Gewinnung von Erkenntnissen über das mathematische Denken von Kindern. In Transkripten ist das auf dem Video aufgezeichnete Geschehen schriftlich dokumentiert, und zwar in der jeweiligen Genauigkeit, die für die beabsichtigte Weiterverwertung ausreicht. Transkripte können demnach höher oder niedriger „auflösend“ sein.

Zur Transkription

Noch mühsamer als das Lesen und sehr zeitaufwendig ist das Erstellen von Transkripten. Der erforderliche Einsatz lohnt sich jedoch fast immer, denn der Versuch einer genauen Niederschrift lässt die Transkribierende Dinge erkennen, die sie vorher gar nicht wahrgenommen hat. Außerdem entstehen dabei Dokumente, die vergleichsweise leicht und mit geringerem Zeitaufwand erschlossen werden können.

Generell sollte man nach der Durchführung der Interviews nicht in puren Aktionismus verfallen und „wild drauflos“ transkribieren. Für eine Minute Videoaufzeichnung veranschlagt man je nach Auflösung und nach Komplexität der Szene eine Transkriptionszeit von fünf oder von sechzig Minuten. Daher

- Name des Kindes
- Datum des Interviews
- Nummer des Videobands
- Nummer des Interviews
- Bandlaufzeit in Echtzeit: Beginn, Ende, Dauer

Die Transkripte sollten der Übersichtlichkeit halber in tabellarische Form gebracht werden:

Das Layout sollte übersichtlich sein. Bewährt hat sich für detaillierte Transkripte eine vierspaltige Tabelle (Bandlaufzeiten zur Markierung des Beginns der Aufgabenstellung und zur Ermittlung der Antwortzeit, Aufgabenkurzbezeichnung, Nummerierung, Niederschrift des Transkripts), wie im Folgenden ersichtlich.

| | | | |
|---------|------------|--------|---|
| 1:53:34 | x · 7 = 35 | (1) I: | Jetzt, ein anderes Mal, nach dem Mittagessen, wollen 35 Studenten nach oben fahren, und es fahren immer 7 Studenten mit. Wie oft muss der Fahrstuhl jetzt fahren? |
| 1:53:47 | dynamisch, | (2) J: | 5-mal. |
| 1:54:06 | bündeln | (3) I: | Mhm. Wie hast du das jetzt gemacht? |
| | | (4) J: | Ehm ... Ich hab ..., eh, ... da, da sind ... dann es sind es vier 7er. |
| | | (5) I: | Mhm. |
| | | (6) J: | Und noch ein 7er, dann sind es ... 35. |
| | | (7) I: | Genau. Gut. |

sollte man zunächst einmal überblicken, was in den einzelnen Interviews jeweils bemerkenswert erscheint, und erst dann in Ausschnitten transkribieren. Bei der Niederschrift können sich Probleme ergeben, etwa die Frage, wie z.B. die folgenden Aspekte notiert werden sollen:

- bestimmte Äußerungen, die in der Schriftsprache nicht vorkommen (z.B. zustimmende oder ablehnende Mhm's)
- bestimmte Ausprägungen der Intonation (z.B. Betonen, Heben oder Senken der Stimme),
- Unverständliches
- Pausen (Denkpausen, Abbruch, Unterbrechung durch den anderen)
- nonverbale Äußerungen
- das Handlungsgeschehen.

Wie andere Personen diese Probleme gelöst haben, kann man den verschiedenen Transkriptions-Regelsystemen entnehmen, die in der Literatur zu finden sind (z.B. in Maier & Voigt 1991). Basierend auf einem Text von Bettina Vogt (1996) empfehlen wir folgende Festlegungen.

Jedem Transkript sollte man folgende Informationen voranstellen:

Es ist jedoch – abhängig vom jeweiligen Erkenntnisinteresse – möglich, auch die in den Dokumenten dieses Buchs verwendete Dokumentationsform zu benutzen. Dabei werden das Kind und die Interviewerin durch Anfangsbuchstaben abgekürzt: I: Interviewerin bzw. A: Anfangsbuchstabe des Vornamens des Kindes.

Anführungsstriche, die wörtliche Rede kennzeichnen, sollten aus Gründen der Lesbarkeit nicht verwendet werden.

In Klammern sollte Folgendes stehen:

- Beobachtungen nonverbaler Vorgänge, z. B. (bewegt die Finger), (nickt), (schreibt $8+12=20$)
- Angaben zur Art des Sprechens, z. B. (flüstert), (laut)
- Pausen, die 5 Sekunden oder länger dauern. Folgt die Angabe von Pausen nach der Beschreibung nonverbaler Vorgänge, so bezieht sich die Länge auf die Pause zwischen den gesprochenen Äußerungen.
- Anmerkungen, ohne die bestimmte Vorgänge oder Äußerungen für den Leser nur schwer oder gar nicht nachvollziehbar wären, z. B. Gründe für eine Unterbrechung.

- Angaben zum verwendeten Material (z.B. öffnet den Gummibärchenkasten: OOXOOOOO, das jeweils andersfarbige Gummibärchen wird durch ein X, die übrigen Gummibärchen werden durch ein O dargestellt).
- deutliche Pause im Redefluss, kürzer als 5 Sekunden
- abgebrochenes Wort, abgebrochener Satz
- unterbrochenes Wort, unterbrochener Satz, hierbei befinden sich die drei Punkte sowohl am Ende der unterbrochenen Rede als auch zu Beginn des Weitersprechens.

Soweit möglich, sollte das Transkript den Wortlaut der Äußerungen genau wiedergeben. Allerdings werden umgangssprachliche Wendungen zur besseren Lesbarkeit überwiegend in Schriftsprache übertragen. So wird beispielsweise „haste“ zu „hast du“.

Äußerungen, die schwer oder gar nicht verständlich sind, werden wie folgt gekennzeichnet. In Unterscheidung zu den oben beschriebenen Angaben in Klammern sind diese Darstellungen nicht kursiv geschrieben.

- (...?) steht für eine unverständliche Äußerung.
- (erratener Wortlaut?) wird eingesetzt, wenn die Äußerung zwar nicht eindeutig verständlich ist, jedoch aus dem Zusammenhang oder den Lippenbewegungen geschlossen werden kann.

Drei Punkte (...) können folgende Bedeutungen haben:

Verbale Äußerungen, die nicht in Worten wiederzugeben sind, sollten wie folgt transkribiert werden:

- mhm: zustimmend und zur Kenntnis nehmend
- mm: verneinend, ablehnend
- hm, ähm: überlegend

Satzzeichen werden überwiegend nach syntaktischen Regeln gesetzt.

Unterbricht sich der Sprecher selbst oder entsteht ein Fügungsbruch im Satzbau (Anakoluth), so ist die entsprechende Stelle mit einem Gedankenstrich gekennzeichnet (Bis wohin – was hab ich denn gesagt?).

Wörter, die abweichend von der üblichen Akzentuierung des Satzes besonders betont gesprochen sind, werden durch Unterstreichung hervorgehoben (auf der Seite).



Mirjam, Tom und halbe Cents

Mirjam, die ziemlich stolz darauf ist, was sie alles in der Schule gelernt hat, fragt Tom: „Zwanzig halbe Cents – wie viele Cents sind das?“ Tom, der sich natürlich von seiner zweieinhalb Jahre jüngeren Schwester nicht belehren lassen will, antwortet: „Die halben Cents sind abgeschafft.“ Mirjam reagiert nicht minder schlagfertig: „Aber die Rechenaufgaben nicht ...“

Hans Freudenthal (in Goffree 1995, 26)

DAS WAR ICH NICHT!

An einem Zahlenkranz soll von der Mitte her auf die im äußeren Ring stehenden Zahlen hin (subtraktiv) ergänzt werden. In der Mitte steht groß die **20**, am Rand die 17. Anna trägt bei

| | |
|----|----|
| 20 | 17 |
|----|----|

 in das mittlere Feld – 2 ein. Lehrer: „Aber 20 – 2 ist doch gar nicht 17!“ Anna, entrüstet: „Ja das (zeigt auf die 17) habe **ich** ja nicht dahin geschrieben!“

Heinrich Besuden

DAVID

David: „Fünfzehn ist ungerade und ein Halb ist gerade.“ Sein Lehrer: „Fünfzehn ist ungerade und ein Halb ist gerade. Stimmt das?“ „Ja.“ „Warum ist denn ein Halb gerade?“ „Weil ... eh - ein Viertel ist ungerade und daher muss ein Halb gerade sein.“ „Wieso ist ein Viertel ungerade?“ „Weil das nur drei sind.“ „Was ist drei?“ „Ein Viertel.“ „Ein Viertel ist nur drei?“ „Ja.“ Der Lehrer fragt einen anderen Schüler, ob er vielleicht begreift, was David meint. Rudy antwortet: „Ja, du kannst ein Viertel in drei Stücke teilen, genau wie auf der Uhr. Das geht so: 5, 10, 15.“ „Aha,“ sagt der Lehrer, „das meint David.“ Rudy: „Es sind drei Stücke.“ Lehrer: „Also, wir haben drei Stücke, die jeweils 5 Minuten lang sind und zusammen ein Viertel ausmachen. Hast du das gemeint, David?“ David: „Ja. Nee. Ja, ja, ja.“

Fred Goffree

EIN BESUCH IM ZOO!?

Eine Lehrerin sitzt mit ihren Erstklässlern im Sitzkreis auf dem Boden und erzählt ihnen folgende Geschichte: „Ich muss euch unbedingt erzählen, was mir gestern passiert ist. Wir waren doch letzte Woche im Zoo, wisst ihr noch?“ Ja, das wissen die Kinder noch und beginnen aufgeregt von ihren Erinnerungen zu erzählen. Doch die Kollegin möchte ihre Geschichte gerne weitererzählen und unterbricht die Kinder deshalb in ihrem Redefluss. „Stellt euch also vor: Ich wollte gestern mit meinem Bruder und seiner Freundin in denselben Tierpark gehen. Ich gehe also an so einem Häuschen vorbei durch die Eingangspforte des Zoos, da ruft plötzlich jemand hinter mir: ‚He, Sie, was machen Sie denn?‘ Und, könnt ihr euch vorstellen, was da los war?“ Erwartungsgemäß können die Kinder der Lehrerin erklären, dass sie es natürlich versäumt hatte, das Eintrittsgeld zu zahlen, so dass sie ihre Geschichte fortsetzen kann. „Nachdem ich also wusste, dass ich etwas bezahlen muss, legte ich der Frau an der Kasse 1 Mark hin und wollte jetzt endlich in den Zoo gehen. Aber wieder wollte sie mich nicht hineinlassen. Könnt ihr euch vorstellen, warum?“ Und wieder reagieren die Kinder erwartungsgemäß, allerdings schon ein wenig ungeduldig: „Das war teurer als 1 Mark!“, um endlich weiter dem Bericht der Lehrerin zu lauschen. Sie sind wirklich gespannt, was der Lehrerin nun passiert ist, und bitten sie fortzufahren. Diese aber erwidert: „Und damit euch allen so etwas nicht passiert, hab ich hier ein Arbeitsblatt mit den Preisen für euch!“ Darauf Sebastian: „Hab ich’s mir doch gleich gedacht!“

Beate Sundermann

DAS KULLERSYSTEM

Aus einem Gespräch zwischen dem behinderten Ralf und seiner Therapeutin über den lange zurückliegenden Erstrechenunterricht. „Das Kullersystem habe ich überhaupt nicht verstanden. Frau B. hat gesagt: Schnucki frisst den Kuchen auf. Sie hat sechs Kullern an die Tafel gemalt und vier durchgestrichen und dann eingekringelt. ... Ich habe das Durchstreichen nicht verstanden. Mit Zahlen wäre es wohl leichter gewesen als mit Kullern ... Ich weiß nur, dass ich zuerst mit Zahlen gehandelt habe. Und dann kam plötzlich das Kullersystem. Und das war der Zusammenbruch. Ich versuchte es zu verstehen. Aber ich weiß heute davon nichts mehr – wirklich nichts mehr. Sie hatte die Kullern halbiert. Ich versuchte es besser zu verstehen. Ich suchte nach dem Kern. Sie hat gleich halbiert und dann hat sie das Lernen für sich einkassiert ...“ „Ich verstehe nicht, was meinst du? Was meinst du mit halbiert?“ „Ja, zum Beispiel bei den Wenigeraufgaben. Zum Beispiel bei der Aufgabe 'Schnucki frisst den Kuchen auf.'“ „Ich verstehe nicht, was du meinst. Was meinst du mit halbiert?“ „Ja, sie hat halbiert, aber die redet vom Durchstreichen. Sie hat die Kullern halbiert. Das ist doch alles Heuchelei. Wenn man einen Apfel halbiert, dann hat man doch zwei Hälften.“ „Ich verstehe dich nicht. Kannst du es aufmalen, was sie an die Tafel gezeichnet hat?“ „Ja, das kann ich.“ Er malte.



Als ich mir die Zeichnung anschaute, sah ich, dass Ralf Recht hatte.

Iris Mann (1991, 16f.)

Komma eins

Auf dem Arbeitsblatt sind acht Gegenstände (auch Tiere) abgebildet mit Gewichtsangabe. Die Gewichte stehen in einfachen Verhältnissen zueinander; die Kinder sollen also z. B. feststellen: „Der Elefant wiegt 3-mal so viel wie ein Pkw“. Katharina sucht sich etwas Schwieriges aus: *Tyrannosaurus Rex 6 t, Lkw 5 t*. „Der Dinosaurier ist 1,1-mal so schwer wie der Lkw.“ – Ich habe erst später verstanden, wie sie auf „Komma eins“ gekommen ist.

Heinrich Besuden