Anna Susanne Steinweg, Dortmund

Mathematik lernen von Anfang an – Rechnen mit Verstand

Das „staubtrockene Zeug" hat mit dem Leben, wie wir es kennen, außerordentlich viel zu tun. Denn paradoxerweise verhält es sich so, daß unsere erfolgreichsten praktischen Aktivitäten – wie beispielsweise in allen Bereichen der Technik – nicht möglich wären, wollten wir das mühevolle Unternehmen, aufgeben, auch ohne den stützenden Raum vertrauter Ereignisse folgerichtig zu denken und zu handeln. Um uns mit größtmöglichem Erfolg mit der Umwelt auseinandersetzen zu können, ist es erforderlich, sich an der Struktur der Dinge zu orientieren. Es ist unumgänglich sich die Fähigkeit zur Handhabung von Systemen und die Abstraktion von Formen und Mustern anzueignen. *(Donaldson 1982, 91–92)*

1. Mathematik

Der Mathematikunterricht der Grundschule widmet einen Großteil seiner Zeit dem Erlernen und Üben von Rechenfertigkeiten. In der retrospektiven Beobachtung vieler Erwachsener ist der Unterricht der Grundschule oft völlig durch das Erlernen des 1 + 1 und 1 × 1 geprägt.

In der Grundschule wird in der heutigen Zeit verstärkt auf Anwendungen und Projekte und weniger auf ‚reine' fachliche Inhalte gesetzt. Eine pure Mathematik der Zahlen, so scheint es, kann den Kindern nicht ‚zugemutet' werden. Meinen Untersuchungen nach sind Grundschulkinder jedoch oft durchaus begeisterte ‚Mathematiker' (vgl. Steinweg 2001).

Das Fach Mathematik beinhaltet weit mehr als die Bereitstellung von Algorithmen und Rechengesetzen. Das Verstehen der Mathematik ist geknüpft an das Erkennen der sinnhaften Strukturen und Muster der Zahlen und Operationen. Mathematik ist eine Tätigkeit (vgl. Freudenthal 1973), die sich, neben der Anwendung, an Systematik, Struktur und Schönheit orientiert. Muster, die aktiv erschlossen werden, spiegeln den Prozesscharakter der Mathematik wider.

1.1 Zahlenmuster

In allen Bereichen der Mathematik lassen sich Strukturen und Systeme aufdecken, die einen bewussten Lernprozess anstoßen können. Auch in der Arithmetik der Grundschule können viele schöne Muster, Zahlenmuster genannt, zu Entdeckungen, Vermutungen und Begründungen anregen.

Zahlenmuster erschließen sich in der verständigen Auseinandersetzung mit Zahlen, die in der spielerischen Variation von Ziffern ihren Ursprung finden kann, indem etwa das dekadische System ausgenutzt wird. In jedem Fall ist die aktiv-entdeckende und auch selbst gestal-

tende Auseinandersetzung Quelle der Motivation und des Verständnisses. Nicht die kontemplative Betrachtung von schönen Mustern, sondern die kreative Gestaltung, die verständige Fortsetzung oder Reparatur eines gestörten Musters sind die zu fördernden Umgangsweisen vom 1. Schuljahr an.

In diesem Beitrag sollen Kinder aller vier Grundschuljahre zu Wort kommen, die bestimmten Fortsetzungsstrukturen auf unterschiedlichem Niveau auf der Spur waren. Sie geben exemplarisch dafür Zeugnis ab, dass in der Grundschule von Anfang an nicht das Rechnen lernen allein, sondern das Mathematik lernen mit Verstand von Bedeutung ist. Anhand von vier Beispielen zur bekannten Thematik Zahlenmauern (Wittmann/Müller 1990, 103 ff. und 1992, 40 ff.) werden vier grundlegende Aspekte des verständigen kindlichen Umgangs mit Zahlenmustern aufgezeigt. Dabei wird im Einzelnen exemplarisch deutlich, dass schon die Jüngsten ein Interesse für Zahlen und ihre Eigenschaften entwickeln, ‚Fehler' einer verständlichen und verständigen Logik folgen, so genannte lernschwache Kinder zu erstaunlichen Ergebnissen kommen und Zahlenmuster nicht zuletzt einen Beitrag zur Denkentwicklung leisten.

2. Verständige Kinder verstehen

2.1 „Das kenn ich schon ..." – Interesse für Zahlen in Schulaufgaben und Umwelt

Die Erstklässlerin Evi sollte in einem Interview u. a. eine Folge von Zahlenmauern ergänzen (Abb. 1). Evi kannte Zahlenmauern als Darstellungsmöglichkeit für Additions- (und Subtraktions-) Aufgaben aus dem Unterricht. Bei dieser Folge ist es jedoch wichtig, über den Additionsprozess hinaus, der beim Ausfüllen einer Mauer mit gegebenen Basissteinen angewandt wird, alle Zahlenmauern im Zusammenhang zu betrachten, um die zu ergänzende Mauer zu bestimmen. 18 Zahlen und 20 Ziffern sind zu überblicken, zu strukturieren und zu selektieren.

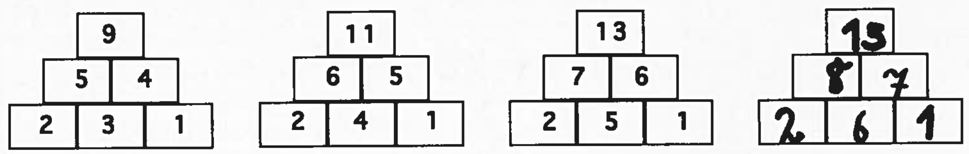

Abb. 1

1 E: *(murmelt leise vor sich hin)* 2, 6, 1.
2 I: und woher wusstest du das jetzt so schnell'
3 E: ne 3, 4, 5, 6 und da kommt dann die 6 hin. *(zeigt jeweils auf die betreffenden Basissteine und trägt 2 und 6 ein)*
4 I: aha, prima.
5 E: und überall ist dann wieder ne 1. *(trägt 1 ein)* und hier kommt dann die 8 hin, weil in dem Päckchen ist die 7 und dann kommt die 8. *(zeigt auf die zweite Zeile in der dritten und dann in der vierten Mauer)*
6 I: aha.
7 E: und hier muss jetzt die 7 hin. weil da die 6 ist und oben die 3, 9, 13, ach ne 11 und 13 und dann muss hier die 15.

8 I: aha, wie kommt denn das zustande, dass jetzt oben ne 15 hinkommt und keine 14´
9 E: ähm, weil hier ist ne 9 ... und das sind die ungeraden Zahlen. wir haben nämlich die 2 als Hauszahl und auf der anderen Seite ist jetzt die 11 oder ne 1 oder ne 5.

Ohne Weiteres gelang es Evi, die Basissteinfolge zu benennen. Ihre Erklärung bezog sich nur auf den jeweiligen Mittelstein der Basissteine (Zeile 3). Dieses Element des Musters war für sie die Variable, die sich von Mauer zu Mauer ändert und in einer Art Kettenreaktion die weiteren Zahlen der Mauer bestimmt. Der jeweilige linke Basisstein wurde in keiner Äußerung beschrieben, sondern von Evi kommentarlos in die letzte Mauer eingetragen. Der rechte wurde erwähnt (Zeile 5). Evi machte hier durch das Wort ‚überall' deutlich, dass sie eine Gemeinsamkeit der Mauern erkannte und auf die letzte Mauer übertragen konnte. Die Zahlen des zweiten Stockwerks berechnete Evi nicht mit ihren 1+1-Kenntnissen, sondern verfolgte die Entwicklung der Steine der gegebenen Mauern (Zeilen 5 und 7). Die Erhöhung ist vergleichbar simpel, da sie der Zählzahlfolge entspricht. Bei der Wahl des Zielsteins verblüffte Evi mit der Kenntnis, dass es sich bei allen Zielsteinen um ungerade Zahlen handelt. Sie füllte die Mauern nicht nur rechnerisch richtig aus, sondern band auch anderes Vorwissen in die Lösung mit ein. Im außerschulischen Bereich hatte sich Evi Wissen über die – für Kinder vielleicht zunächst ‚merkwürdige' – Verteilung von Hausnummern (‚Hauszahl') angeeignet, das sie jetzt für eine Mathematikaufgabe, nutzen konnte (Zeile 9). Das Verständnis der Kinder reicht oft über die Thematik des Schulstoffs hinaus. Assoziationen zu anderen Lebensbereichen oder außerschulischen Erfahrungen spielen bei der Lösung von Aufgaben, die wegen ihrer Reichhaltigkeit solche Beziehungen zulassen, eine nicht zu unterschätzende Rolle.

2.2 *„Was hat er sich nur dabei gedacht?" – Gedanken zur Fehlerproblematik*

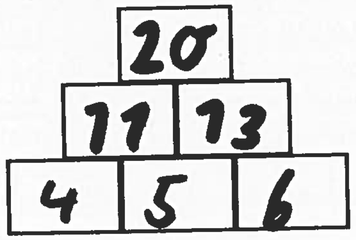

Abb. 2

Auf Alexanders Arbeitsblatt steht in einem Interviewgespräch nach wenigen Minuten diese Lösung für eine Zahlenmauer (Abb. 2). Auf den ersten Blick sieht man, dass die Mauer zwei (oder auch drei) arithmetische Fehler enthält. Die Summe von 4 und 5 ist nicht 11 und auch die Summe von 5 und 6 ist nicht 13. Natürlich sind 11 und 13 addiert auch nicht 20! Es gibt unterschiedliche Möglichkeiten, diese Mauer zu korrigieren.

1. Fall 11 wird durch 9 und 13 durch 11 ersetzt.
2. Fall 20 wird durch 24 ersetzt und 5 durch 7.
3. Fall 4 wird durch 6 ersetzt und 13 durch 11 und dann 20 durch 22. usw.

Wie ist Alexander nur auf eine solche Lösung gekommen? Beherrscht er das 1+1 nicht? Hat er nicht mitgedacht? Alexander, ein aufgeweckter Zweitklässler, hatte keinesfalls seinen ‚Verstand ausgeschaltet', als er diese Mauer als Lösung einer Folge von Zahlenmauern anbot (Abb. 3). Er begleitete seine Lösungsfindung mit ‚lautem Denken', sodass man schnell Einblick in sein mutmaßliches Vorgehen gewinnen konnte.

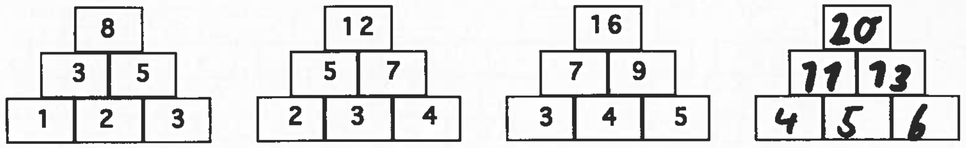

Abb. 3

1 A: 1, 2, 3. 2, 3, 4. 3, 4, 5.
2 I: wie geht es wohl weiter'
3 A: 5, 6, 7.
4 I: ja' meinst du'
5 A: mhm. *(zustimmend)* ähä *(ablehnend),* mein ich nicht. 4, 5, 6.
6 I: … kannst du uns noch mal erkl …
7 A: *(fällt ins Wort)* jetzt immer 2 mehr wieder. *(zeigt auf die Steine der mittleren Reihe)*. mh. mh. mh. mh. *(begleitet rhythmisch sprechend das Tippen auf die jeweiligen Steine der mittleren Reihe)* 9, 11 und jetzt 13.
mh. *(tippt auf den Zielstein der ersten Mauer und stutzt)* mbraaa! von der 8 bis zur 12´ huijuijuijuijui. sind 5, nee 4. 4 und dann noch mal plus wie viel´ plus 4, plus 4, plus 4. *(tippt auf den Zielstein der dritten Mauer und trägt dann 20 in den Zielstein der vierten Mauer ein)*

Auch Alexander begann bei seiner Lösung mit den unteren Steinen. Durch das laute Vorlesen der gegebenen Zahlen und das Senken der Stimme, wenn er von einer Mauer zur nächsten wechselte, zeigte er, dass er die Struktur der Basissteine erkannt hatte (Zeile 1). Zunächst vermutete er nun, dass die Basissteine der fehlenden Mauer mit 5, 6 und 7 zu besetzen seien. Auch auf die Nachfrage der Interviewerin hin, blieb er zunächst bei dieser Fortsetzung. Einige Sekunden später korrigierte er die Lösung jedoch zu 4, 5, und 6 (Zeile 5). Es ist zu vermuten, dass die Nachfrage zu einer erneuten Überprüfung der zunächst angebotenen Zahlen führte. Alexander zeigte sich jedoch während des gesamten Interviewgesprächs nicht abhängig von einer äußeren Bestätigung der Interviewführenden. Seine Gedanken flogen oft wesentlich schneller, als ein Außenstehender hätte nachvollziehen konnte. Er fiel auch in diesem Teil des Gesprächs der Interviewerin ins Wort (Zeile 7) und wartete nicht auf eine Rückmeldung. Innerhalb der Äußerung 7 zeigt sich, wieso Alexander die Mauer so ausfüllte, wie es Abb. 2 wiedergibt. Er erkannte, dass sich die Steine der zweiten Zeile innerhalb einer Mauer um 2 erhöhen. Während er seine Gedanken rhythmisch summend begleitete und zudem auf die jeweiligen Steine tippte, kam er zur Lösung 11 und 13 für die zu ergänzende Mauer. Es wird hier sehr deutlich, dass er in keiner Weise auf den additiven Zusammenhang zwischen Basissteinen und Steinen der zweiten Zeile achtete. Er setzte allein das erkannte Muster der mittleren Zeile fort. Dieser Idee folgte er auch konsequent bei der Berechnung des Zielsteins. Er sprang mit seinen Fingern und vermutlich zeitgleich mit seinen Gedanken von Zielstein zu Zielstein und ermittelte so den Wert 20.

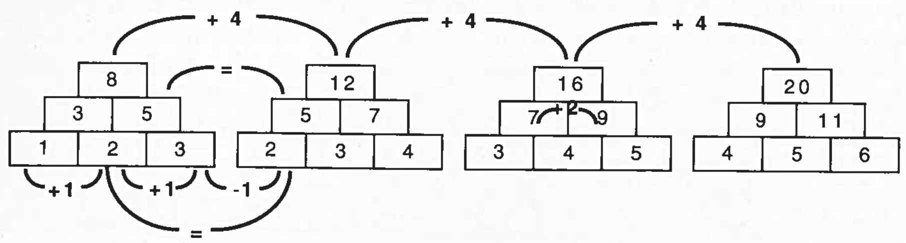

Abb. 4

Alexanders Leistung wird deutlicher, wenn man die komplexe Beziehungsstruktur der vier Mauern zueinander ansatzweise in einer Grafik darzustellen versucht (Abb. 4). Würden in diese Abbildungen alle möglichen arithmetischen Beziehungen, die entdeckt werden können, eingetragen, könnte man die Aufgabe selbst nur noch schemenhaft erkennen [So fehlen in Abb. 4 z. B. alle Beziehungen, die in vertikaler Richtung eine Mauer ausmachen]. Alexander selektierte geschickt einige dieser Muster und nutzte diese für seine Lösung. Falls er seine Lösungen mit anderen diskutieren müsste, würden ihm vermutlich auch die anderen Beziehungen des Musters deutlich. Alexander hat also keinen wirklichen ‚Rechen'fehler gemacht.

Aber auch diese Fehler gehören zum Schulalltag und zur eigenständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Mustern dazu. Der Unterricht sollte die Angebote nicht so verengen, dass mögliche Fehler von vorn herein ausgeschlossen werden – sofern das überhaupt möglich ist. Schon Dewey (1993, 261) fordert: „Überdies muß die Möglichkeit, Fehler zu machen, hier und da vorhanden sein, nicht etwa, weil Fehler an sich jemals wünschenswert sind, sondern weil der Übereifer, Unterrichtsstoffe und -betätigungen so auszuwählen und auszugestalten, daß kein Fehler gemacht werden kann, die Gelegenheit zum eigenen Urteilen auf ein Mindestmaß herabdrückt, die Initiative einengt und zu Verfahren zwingt, die den verwickelten Verhältnissen des Lebens so fern liegen, daß der aus ihnen quellende Gewinn an Kräften und Fähigkeiten nur von sehr beschränkter Brauchbarkeit ist."

2.3 „Erst muss man rechnen können ..." – ‚Lernschwache' Kinder denken mit

Die im vorangehenden Abschnitt gezeigte Komplexität der Muster lässt vermuten, dass die Beschäftigung mit ihnen nur den leistungsstarken Schülerinnen und Schülern möglich ist. Tatsächlich ist eine gute Rechenkompetenz für die Lösung solcher Problemstellungen hilfreich. Dennoch können auch Kinder mit sehr schwachen Rechenleistungen gerade durch die Beziehungshaltigkeit der hier gezeigten Aufgaben zu einer Lösung kommen.

Begleiten wir Martin aus dem 3. Schuljahr, der kurze Zeit nach dem Interview auf eine Sonderschule wechselte. Ihm war es im Vorgespräch nicht möglich, die Summe von 5 und 5 zu berechnen. Er gab sie mit 20 an. Umso erstaunlicher und bemerkenswerter ist seine Lösung des Problems in Abb. 5.

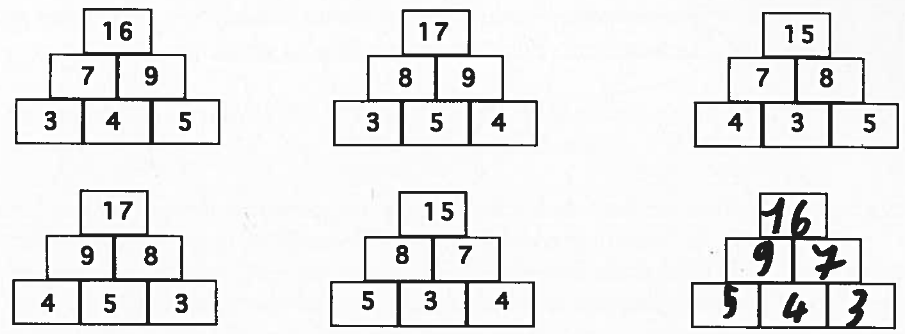

Abb. 5

Die sechs Mauern ergeben sich durch kombinatorische Vertauschung der drei Basissteine. Die Mauern sind nicht nach der Größe des Zielsteins, sondern lexikographisch nach der Reihenfolge der Basissteine geordnet. Martin gelang es, die laut Zielstein zusammengehörigen Mauern zu ermitteln und dann durch geschickte Vertauschung der gegebenen Zahlen, die zu ergänzende Mauer zu benennen.

1 I: ... und alle sechs Mauern gehören zu einer Familie. und eine Mauer fehlt noch. die zu dieser Familie gehört.
2 M: 16 muss hier hin. *(zeigt auf den Zielstein)*
3 I: warum'
4 M: weil die 17 ist schon hier. *(zeigt die zwei Mauern mit dem Zielstein 17)* und die 15 ist da. *(zeigt die zwei Mauern mit dem Zielstein 15)* da muss da ja die 16 hin.
5 I: ja'
6 M: soll ich reinschreiben.
7 I: na klar, ist ja deine Aufgabe.
8 M: da muss ich das andersrum schreiben. *(zeigt auf die erste Mauer)* muss ich die 9 hier und da die 7. *(deutet auf die freien Felder in der mittleren Reihe)*
9 I: aha'
10 M: weil da ist ja auch hier. *(zeigt die zweite und die vierte Mauer)* da ist die 8 und da ist die 9.
11 I: prima, mhm. *(zustimmend)*
12 M: *(trägt die Basissteine wortlos ein, sein Blick wandert immer wieder zur ersten Mauer hin)*

Martin ging bei seiner Lösung nicht von den Basissteinen aus, sondern arbeitete sich von oben nach unten vor (Zeile 4). Diese Vorgehensrichtung erwies sich als sehr geschickt, da er zunächst nur einen, dann zwei und erst zuletzt drei verschiedene Steine bestimmen musste (Zeilen 4, 8 und 10). Obwohl er zu keinem Zeitpunkt die Rechnungen innerhalb einer Mauer hätte kontrollieren können, erkannte er das Muster in intendierter Art und ging somit geschickter vor als viele seiner Klassenkameraden: „da muss ich das andersrum schreiben." (Zeile 8). Martins Vorgehen zeigt, dass nicht das Rechenkönnen allein im Vordergrund des Unterrichts stehen sollte. Als Basiswissen ist es zu fördern und zu fordern. Es gibt aber keine Grundlage dafür, eine Hierarchie von Unterrichtsthemen aufzustellen, die es Kindern mit Schwächen im Rechnen verwehren würde, sich an Denk- oder Musteraufgaben zu versuchen.

2.4 „Hinter die richtige Lösung kommt ein Häkchen ...“ – Zur Flexibilität im Denken und in den Lösungswegen

Bewusstes Lernen geht über die Ausführung von Prozeduren oder Handlungen hinaus. Die hinter der Lösung oder der Aufgabe liegende Struktur, das Wesentliche, muss erkannt werden. „Bewußtheit entsteht in der Regel dann, wenn wir stutzig werden, und, anstatt sofort zu handeln, innehalten, um die verschiedenen Verhaltensmöglichkeiten im Geiste durchzugehen.“ (Donaldson 1982, 105–106)

Der Beziehungsreichtum von substanziellen Aufgaben ermöglicht es unterschiedlichen Kindern, verschiedene Ansätze zur Lösung und auch unterschiedliche Lösungen zu finden. Die Diskussion dieser verschiedenen Wege erleichtert den Kindern die Flexibilisierung ihres Denkens. Sie lernen insbesondere, dass die Mathematik keineswegs eingleisig festgelegte Lösungswege vorschreibt.

Katja, eine Viertklässlerin, zeigte bereits von sich aus diese Flexibilität, indem sie zu einer Aufgabe (Abb. 6) unaufgefordert zwei Lösungsansätze anbot.

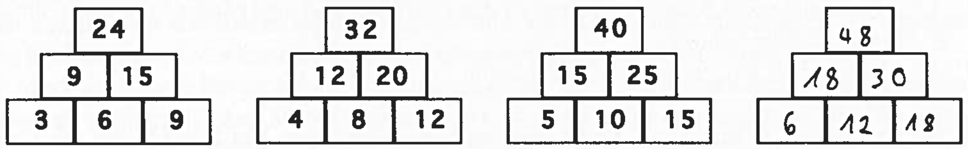

Abb. 6

Katja ergänzt die fehlende Mauer.

1 I: du hast da, 6, 12 und 18 hingeschrieben. wie bist du denn darauf gekommen'
2 K: also hier sind einfach 5. 1 mal 5 sind 5, 2 mal 5 sind 10, 3 mal 5 sind 15. das ist hier bei 4 genauso. und bei 3 ebenfalls.
3 I: wieso ist das genauso' da steht ja nicht'
4 K: ja, da steht immer 1 mal 4 und dann ...
5 I: ach, so.
6 K: ... oder man kann das auch so machen, hier einen dazu rechnen, von der 5 bis zur 6 sind 1. und dann von der 10 bis zur 12 sind 2. und dann hier 3 dazu rechnen.
7 I: ah, das ist beides richtig.

Katja erklärte der Interviewerin zunächst, dass sie die multiplikative Struktur innerhalb einer Mauer erkannt und genutzt hat (Zeile 2). Die Basissteine folgen dem Muster a, 2a, 3a. Katja waren Variablen natürlich nicht bekannt, sodass sie in ihrer Beschreibung auf die gegebenen Zahlen zurückgreifen musste. Auch die Nachfrage in Zeile 3 beantwortete sie mit einem weiteren Beispiel. Durch die Zusätze „genauso“ und „ebenfalls“ zeigte sie jedoch schon in Äußerung 2, dass für sie weniger die Zahlen an sich von Bedeutung waren, sondern die musterhafte Struktur zwischen den Zahlen.

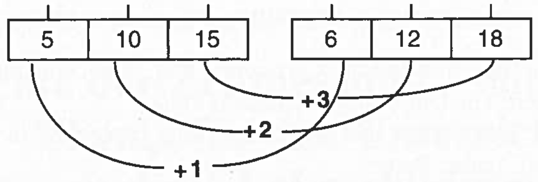

Abb. 7

In Äußerung 6 zeigte Katja einen zweiten Denkweg auf, der in der Grafik in Abb. 7 schematisiert wird. Diese Beziehung nutzt die Muster zwischen benachbarten Mauern aus. Der linke Basisstein der nachfolgenden Mauer ist um eins größer als der der vorhergehenden. Katja versprachlicht somit die Beziehung von a, 2a und 3a zu $a + 1$, $2(a + 1) = 2a + 2$ und $3(a + 1) = 3a + 3$.

Katja erinnert daran, dass die flexible Beherrschung der Rechengesetze und ihr verständnisvoller Einsatz als allgemeines Lernziel des heutigen Mathematikunterrichts formuliert werden kann.

3. Verständnis lehren?

Es ist so eine Sache mit dem Begriff ‚Verstand‘. Zum einen kennt und nutzt ihn die Alltagssprache als deterministische Formel für die Grenzen der Denkleistungen eines Individuums. Zum anderen möchte jede Didaktik den Verstand schulen, fördern, d. h. Verständnis lehren. Letzteres kann nur dann gelingen, wenn den Lernenden Angebote gemacht werden, die ‚verstanden‘ werden können, weil es etwas zu entdecken gibt, weil eine mathematische Struktur hinterfragt werden kann. Das bedeutet, die Mathematik selbst nicht zu verkleiden, sondern ebenso ernst zu nehmen wie die lernenden Menschen. Schon seit Dewey (1974) ist die wechselseitige Bedeutung von Kind und Fach bekannt.

Die Chance, die im bewussten Hinterfragen von reichhaltigen Mustern liegt, darf jedoch nicht leichtfertig ungenutzt bleiben. Kinder entwickeln die Fähigkeit nicht ohne unterrichtliche Hinführung. Dies hielten z. B. die englischen Forschungen in Leeds insbesondere zum Bereich der Zahlenfolgen fest: „It could not be expected to occur ‚naturally‘ in all classrooms, and would have to be taught more actively.“ (Threlfall 1999, 27)

Das spontane Verständnis der Kinder, das sich in diesen kurzen Ausschnitten andeuten ließ, kann sich gerade an komplexeren Aufgaben und durch gezielte Bewusstmachung und Thematisierung im Unterricht weiter entfalten. Die Förderung der Leistungen der Kinder findet nicht unbedingt auf einer sofort messbaren Ebene, sondern auf einer Metaebene statt. Die Möglichkeit der Reflexion der eigenen Denkwege und der auftretenden mathematischen Phänomene hat für alle Schülertypen, d. h. insbesondere für leistungsstärkere und für leistungsschwächere Kinder, Auswirkungen auf die bewusste, qualitativ verbesserte Auseinandersetzung mit dem Fach. Implizit werden die Rechenfertigkeiten der Kinder unterstützt, aber auch und vor allem ihre Argumentationsfähigkeit und ihre Kreativität, also die allgemeinen Lernziele (vgl. Müller/Wittmann 1990, 199).

Der Rat des Jubiliars an Studierende zur Klausurvorbereitung: ‚Gehen Sie mit Verstand an die Sache heran!‘ gilt also ebenso für Kinder und nicht minder für Lehrende, damit sie zunehmend mit dem Verstand der Kinder rechnen.

Literatur

1. Dewey, John (1974): The Child and the Curriculum and The School and Society. 12. Auflage. Chicago, London, The University of Chicago Press.
2. Dewey, John (1993): Demokratie und Erziehung: Eine Einleitung in die philosophische Pädagogik. Weinheim, Basel: Beltz.
3. Donaldson, Margaret (1982): Wie Kinder denken. Bern, Stuttgart, Wien: Huber
4. Freudenthal, Hans (1973): Mathematik als pädagogische Aufgabe: Band 1 und 2. Stuttgart: Klett.
5. Müller, Gerhard N. und Erich Ch. Wittmann (1990): „Beschreiben und Begründen im Rahmen von Rechenübungen." In: Beiträge zum Mathematikunterricht, 197–200.
6. Steinweg, Anna S. (2001): Zur Entwicklung des Zahlenmusterverständnisses bei Kindern – Epistemologisch-pädagogische Grundlegung. Münster: LIT.
7. Threlfall, John (1999): „Repeating Patterns in the Early Primary Years". In: Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics. Anthony Orton (Hrsg.). London, New York: Cassell, 18–30.
8. Wittmann, Erich Ch. und Gerhard N. Müller (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen: Band 1. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig: Klett.
9. Wittmann, Erich Ch. und Gerhard N. Müller (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen: Band 2. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig: Klett.

Beate Sundermann und Martina Zerr, Bochum, Christoph Selter, Heidelberg

Geschichte der Zeitmessung – ein lohnendes Thema für den Unterricht und die Lehrerbildung

In diesem Beitrag beschreiben wir ein von einer Gruppe von Lehramtsanwärterinnen weitgehend selbst geplantes und eigenständig durchgeführtes Unterrichtsvorhaben in einem 3. Schuljahr zur Geschichte der Zeitmessung.

1. Zeit – ein schwieriges und vielgestaltiges Thema

Das Thema „Zeit" ist sicherlich ein wichtiges, aber auch ein schwieriges Thema. Das zeigt sich beispielsweise daran, dass vor einigen Jahren in einer Veranstaltung des Jubilars zu Semesterbeginn eine Befragung von 120 Studierenden stattfand, anlässlich derer lediglich rund 25 % auf die Frage „Warum gibt es Sommer und Winter?" eine korrekte Antwort gaben. In mehr als der Hälfte aller Antworten wurde fälschlicherweise eine geringere Entfernung „Sonne-Erde" im Sommer und eine größere Distanz im Winter als Grund für die Entstehung der Jahreszeiten genannt. Etwas mehr als ein Sechstel der Studentinnen gab überhaupt keine Antwort, und immerhin 6 von 120 Studierenden argumentierten, die Drehung der Erde um sich selbst liefere die Begründung für den angegebenen Sachverhalt.

Nicht wesentlich anders sieht es aus, schaut man – wie der Jubilar interessehalber bisweilen auch – in Kindersachbücher. So wird im *Großen Buch von der Zeit* anlässlich der Frage „Warum wechseln die Jahreszeiten?" ein Bild, das die Konstellation von Erde und Sonne im europäischen Sommer darstellt, wie folgt kommentiert: „Auf der oberen Hälfte der Erde ist es warm und hell, weil die Erde der Sonne zugeneigt ist. Hier ist jetzt Sommer. Auf der unteren Hälfte der Erde ist es kalt und dunkel, weil sie weiter von der Sonne entfernt ist. Dort ist Winter" (Llewellyn 1993, 11).

Noch weniger sachgerecht erfolgt die Darstellung in dem eigentlich sonst recht gut gelungenen Buch *Alles über die Zeit.* Dort findet sich eine Abbildung, in der nicht nur die Erdachse um etwa 23,5° gegenüber Horizontalen geneigt ist, sondern auch deren Umlaufbahn um die Sonne! Konsequenterweise wird anhand von vier Zeichnungen der Erde zu den vier Jahreszeiten suggeriert, dass über das gesamte Jahr hinweg Tag- und Nachtgleiche herrsche. Der zugehörige Text erläutert: „Auf ihrer einjährigen Reise um die Sonne dreht sich die Erde auch um sich selbst. Dadurch verändert sich der Neigungswinkel der Erdachse. Je nach Entfernung zur Sonne wird es deshalb auf den verschiedenen Teilen der Erde im Laufe eines Jahres mal heißer und mal kälter" (Edmonds 1998, 24). Erst der Blick in ein drittes Kindersachbuch, *Die Zeit* (Übelacker 1990, 8), lieferte im Übrigen eine akzeptable Beschreibung.