



## Thema: „Prozessbezogene Kompetenzen: Beschreiben und Begründen am Beispiel des Aufgabenformats *schöne Päckchen*“

Zeitpunkt: ab Anfang 2. Schuljahr  
bis Ende 3. Schuljahr  
zeitlicher Umfang: ca. 25-30 Minuten  
Material: Aufgabenkarten

### Hintergrundwissen:

In den Bildungsstandards unterscheidet man zwischen fünf allgemeinen bzw. prozessbezogenen Kompetenzen:

*Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Modellieren und Darstellen.*

In diesem Interview sollen Kommunikations- und Argumentationskompetenzen von Kindern des 2. und 3. Schuljahres überprüft werden. Bei der Bearbeitung des Aufgabenformats *schöne Päckchen* sollen sie insbesondere eigene Vorgehensweisen beschreiben, mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln. Zudem sollen sie nach Begründungen für diese suchen und sie verbalisieren (vgl. KMK 2005, S. 7-8).

*Schöne Päckchen* (Wittmann & Müller 2004) stellen ein angemessenes Aufgabenformat dar, um einen ersten Zugang zum Beschreiben und Begründen mathematischer Zusammenhänge zu ermöglichen/finden.

### **Beschreiben**

Häufig zu beobachtende Äußerungen der Kinder beim Beschreiben von Auffälligkeiten bei *schönen Päckchen* sind z.B.:

- Alle Ergebnisse sind kleiner als 10.
- Die linke Zahl (1. Summand) ist immer größer als die rechte (2. Summand).
- Die linke Zahl ist immer kleiner als das Ergebnis.
- Zuerst stehen 5 Zahlen untereinander, dann fünfmal plus, dann wieder fünf Zahlen, dann fünfmal gleich und dann wieder fünf Zahlen.
- Die letzten beiden Aufgaben waren schwerer als die anderen.

### **Begründen**

Besonders schwer fällt es Kindern, die erkannten Auffälligkeiten nun anhand von Beispielen zu erklären. Möglicherweise ist es für manche Kinder dabei hilfreich, Plättchen zur Erklärung zu benutzen (dies ist allerdings nur dann der Fall, wenn sie den Einsatz von derartigen Hilfsmitteln gewohnt sind).

Entdeckungen von Beziehungen und Wirkungen durch systematisches Verändern (z.B. 1. Summand wird immer um eins größer), die sich beobachten lassen, könnten etwa folgende sein:

- Die erste Zahl wird um 1 größer, die zweite bleibt gleich. Das Ergebnis wird auch um 1 größer.
- Beide Zahlen werden um 1 kleiner. Das Ergebnis wird um zwei kleiner.
- Wenn ich bei der ersten Zahl eins dazu tue und bei der zweiten Zahl eins wegnehme, dann habe ich wieder das gleiche Ergebnis.

(vgl. Selter, 2004)

### **Allgemeine Hinweise**

Für Thema 1 (**Schöne Päckchen – Wie geht es weiter?**) und 2 (**Schöne Päckchen? Oder was passt nicht?**) gibt es jeweils ein einfaches Päckchen als Einstieg und 1 -2 schwierigere Päckchen zur Vertiefung. Die Kinder sollen möglichst sowohl die einfachen als auch die schwierigen lösen. Wenn bereits bei den grünen Päckchen Schwierigkeiten auftreten, müssen die roten Päckchen nicht zwingend bearbeitet werden. Die Aufgaben sind als



Aufgabenpool gedacht, aus dem man je nach Kompetenz des Kindes und zeitlichem Umfang (kann von Kind zu Kind sehr unterschiedlich sein) auswählen kann.

Die erste Päckchenreihe ist für Zweitklässler, die zweite für Drittklässler vorgesehen. Dies ist allerdings nur als Orientierung gedacht und muss von Kind zu Kind entschieden werden - je nach Sicherheit des Kindes im entsprechenden Zahlenraum.

Die Aufgaben befinden sich auf Arbeitsblättern.

Im Interview soll es zum einen darum gehen, zu beobachten, ob und wie die Kinder Auffälligkeiten beschreiben können. Zum anderen soll überprüft werden, inwiefern die Kinder in der Lage sind, Begründungen für die beschriebenen Auffälligkeiten zu formulieren.

Die Formulierungsvorschläge für die Interviewerin/den Interviewer können nur als Orientierungshilfe dienen. Während des Interviews selbst müssen die Fragestellungen ggf. dem Kind angepasst werden.



## Das Interview

### Thema 1: Schöne Päckchen – Wie geht es weiter?

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen																																												
<p>1. Schau dir dieses Päckchen an. Was fällt dir auf?</p> <table border="1"><tr><td><b>2. Schuljahr</b></td><td><b>3. Schuljahr</b></td></tr><tr><td><b>Päckchen 1</b></td><td><b>Päckchen 1</b></td></tr><tr><td><math>2 + 6 =</math></td><td><math>12 + 16 =</math></td></tr><tr><td><math>3 + 6 =</math></td><td><math>13 + 16 =</math></td></tr><tr><td><math>4 + 6 =</math></td><td><math>14 + 16 =</math></td></tr><tr><td><math>5 + 6 =</math></td><td><math>15 + 16 =</math></td></tr><tr><td><math>+ =</math></td><td><math>+ =</math></td></tr><tr><td><math>+ =</math></td><td><math>+ =</math></td></tr><tr><td><b>Päckchen 2</b></td><td><b>Päckchen 2</b></td></tr><tr><td><math>5 + 5 =</math></td><td><math>55 + 25 =</math></td></tr><tr><td><math>6 + 4 =</math></td><td><math>56 + 24 =</math></td></tr><tr><td><math>7 + 3 =</math></td><td><math>57 + 23 =</math></td></tr><tr><td><math>8 + 2 =</math></td><td><math>58 + 22 =</math></td></tr><tr><td><math>+ =</math></td><td><math>+ =</math></td></tr><tr><td><math>+ =</math></td><td><math>+ =</math></td></tr><tr><td><b>Päckchen 3</b></td><td><b>Päckchen 3</b></td></tr><tr><td><math>5 - 5 =</math></td><td><math>55 - 25 =</math></td></tr><tr><td><math>6 - 4 =</math></td><td><math>56 - 24 =</math></td></tr><tr><td><math>7 - 3 =</math></td><td><math>57 - 23 =</math></td></tr><tr><td><math>8 - 2 =</math></td><td><math>58 - 22 =</math></td></tr><tr><td><math>- =</math></td><td><math>- =</math></td></tr><tr><td><math>- =</math></td><td><math>- =</math></td></tr></table>	<b>2. Schuljahr</b>	<b>3. Schuljahr</b>	<b>Päckchen 1</b>	<b>Päckchen 1</b>	$2 + 6 =$	$12 + 16 =$	$3 + 6 =$	$13 + 16 =$	$4 + 6 =$	$14 + 16 =$	$5 + 6 =$	$15 + 16 =$	$+ =$	$+ =$	$+ =$	$+ =$	<b>Päckchen 2</b>	<b>Päckchen 2</b>	$5 + 5 =$	$55 + 25 =$	$6 + 4 =$	$56 + 24 =$	$7 + 3 =$	$57 + 23 =$	$8 + 2 =$	$58 + 22 =$	$+ =$	$+ =$	$+ =$	$+ =$	<b>Päckchen 3</b>	<b>Päckchen 3</b>	$5 - 5 =$	$55 - 25 =$	$6 - 4 =$	$56 - 24 =$	$7 - 3 =$	$57 - 23 =$	$8 - 2 =$	$58 - 22 =$	$- =$	$- =$	$- =$	$- =$	<p>Die Kinder sollen den vorgegebenen Anfang des <i>schönen Päckchens</i> ausrechnen, es fortsetzen und dabei das hinein gelegte oder ein anderes von ihnen selbst gefundenes Konstruktionsprinzip nutzen.</p> <p><u>Mögliche Hilfestellungen:</u></p> <ul style="list-style-type: none"><li>a) Schau dir immer die erste Zahl an. Fällt dir etwas auf?</li><li>b) Schau dir immer die zweite Zahl an. Fällt dir dort auch etwas auf?</li><li>c) Schau dir die Ergebnisse an. Was fällt dir auf?</li><li>d) Vergleiche die erste und die zweite Aufgabe. Was ist gleich? Was ist anders?</li><li>e) Wie verändert sich die erste Zahl (die zweite Zahl; das Ergebnis) von Aufgabe zu Aufgabe?</li></ul> <p><b>Päckchen 2 und 3 könnte man leistungsstärkere Kinder noch vergleichen lassen:</b></p> <p>Schau dir die beiden Päckchen noch mal genau an. Was fällt dir auf?</p> <p>Was fällt dir bei den Ergebnissen auf? Warum ist das so?</p>
<b>2. Schuljahr</b>	<b>3. Schuljahr</b>																																												
<b>Päckchen 1</b>	<b>Päckchen 1</b>																																												
$2 + 6 =$	$12 + 16 =$																																												
$3 + 6 =$	$13 + 16 =$																																												
$4 + 6 =$	$14 + 16 =$																																												
$5 + 6 =$	$15 + 16 =$																																												
$+ =$	$+ =$																																												
$+ =$	$+ =$																																												
<b>Päckchen 2</b>	<b>Päckchen 2</b>																																												
$5 + 5 =$	$55 + 25 =$																																												
$6 + 4 =$	$56 + 24 =$																																												
$7 + 3 =$	$57 + 23 =$																																												
$8 + 2 =$	$58 + 22 =$																																												
$+ =$	$+ =$																																												
$+ =$	$+ =$																																												
<b>Päckchen 3</b>	<b>Päckchen 3</b>																																												
$5 - 5 =$	$55 - 25 =$																																												
$6 - 4 =$	$56 - 24 =$																																												
$7 - 3 =$	$57 - 23 =$																																												
$8 - 2 =$	$58 - 22 =$																																												
$- =$	$- =$																																												
$- =$	$- =$																																												
<p>2. Wie geht es weiter? Findest du eine weitere Aufgabe, die passt?</p> <p>3. Warum geht es so weiter?</p> <p>4. Warum ist das Ergebnis immer gleich/ _mehr/_weniger?</p> <p>5. Diese Päckchen heißen <i>schöne Päckchen</i>. Hast du eine Idee, warum sie so heißen?</p>																																													



## Thema 2: Schöne Päckchen? Oder was passt nicht?

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen						
<p>1. Schau dir dieses Päckchen an. Ist das auch ein <i>schönes Päckchen</i>?</p> <table border="1"><thead><tr><th>2. Schuljahr</th><th>3. Schuljahr</th></tr></thead><tbody><tr><td><b>Päckchen 4</b> <math>2 + 2 =</math> <math>3 + 3 =</math> <math>4 + 4 =</math> <math>5 + 4 =</math> <math>6 + 6 =</math></td><td><b>Päckchen 4</b> <math>12 + 12 =</math> <math>13 + 13 =</math> <math>14 + 14 =</math> <math>15 + 14 =</math> <math>16 + 16 =</math></td></tr><tr><td><b>Päckchen 5</b> <math>3 + 6 =</math> <math>5 + 5 =</math> <math>7 + 4 =</math> <math>9 + 2 =</math> <math>11 + 2 =</math></td><td><b>Päckchen 5</b> <math>21 + 12 =</math> <math>31 + 13 =</math> <math>41 + 14 =</math> <math>51 + 15 =</math> <math>71 + 16 =</math></td></tr></tbody></table> <p>2. Warum ist das keins?/Was stört?</p> <p>3. Was musst du ändern, damit es ein <i>schönes Päckchen</i> wird? Warum?</p> <p>4. Warum ist das Ergebnis immer gleich/ _mehr/_weniger?</p>	2. Schuljahr	3. Schuljahr	<b>Päckchen 4</b> $2 + 2 =$ $3 + 3 =$ $4 + 4 =$ $5 + 4 =$ $6 + 6 =$	<b>Päckchen 4</b> $12 + 12 =$ $13 + 13 =$ $14 + 14 =$ $15 + 14 =$ $16 + 16 =$	<b>Päckchen 5</b> $3 + 6 =$ $5 + 5 =$ $7 + 4 =$ $9 + 2 =$ $11 + 2 =$	<b>Päckchen 5</b> $21 + 12 =$ $31 + 13 =$ $41 + 14 =$ $51 + 15 =$ $71 + 16 =$	<p>Die Kinder sollen die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Aufgaben erkennen und die Störung beseitigen, indem sie die „falsche“ Aufgabe finden und durch die richtige ersetzen.</p> <p><u>Mögliche Hilfestellungen:</u></p> <ol style="list-style-type: none"><li>Schau dir immer die erste Zahl an. Fällt dir etwas auf?</li><li>Schau dir immer die zweite Zahl an. Fällt dir dort auch etwas auf?</li><li>Schau dir die Ergebnisse an. Was fällt dir auf?</li><li>Vergleiche die erste und die zweite Aufgabe. Was ist gleich? Was ist anders?</li><li>Wie verändert sich die erste Zahl (die zweite Zahl; das Ergebnis) von Aufgabe zu Aufgabe?</li></ol>
2. Schuljahr	3. Schuljahr						
<b>Päckchen 4</b> $2 + 2 =$ $3 + 3 =$ $4 + 4 =$ $5 + 4 =$ $6 + 6 =$	<b>Päckchen 4</b> $12 + 12 =$ $13 + 13 =$ $14 + 14 =$ $15 + 14 =$ $16 + 16 =$						
<b>Päckchen 5</b> $3 + 6 =$ $5 + 5 =$ $7 + 4 =$ $9 + 2 =$ $11 + 2 =$	<b>Päckchen 5</b> $21 + 12 =$ $31 + 13 =$ $41 + 14 =$ $51 + 15 =$ $71 + 16 =$						

## Thema 3: Erfinde selbst schöne Päckchen

Aufgabe	Aufgabenspezifische Hintergrundinformationen
<p>1. Erfinde ein <i>schönes Päckchen</i>! (Schreibe es auf.)</p> <p>2. Warum ist das ein <i>schönes Päckchen</i>?</p> <p>3. Warum ist das Ergebnis immer gleich/ _mehr/_weniger?</p>	<p>Die Kinder sollen eigene <i>schöne Päckchen</i> erfinden. Dabei kann es sein, dass die Kinder von ihrem Prinzip des <i>schönen Päckchens</i> abweichen.</p> <p>Wie begründet das Kind sein erfundenes <i>schönes Päckchen</i>?</p> <p><u>Mögliche Anregungen:</u></p> <ul style="list-style-type: none"><li>Die erste (zweite) Zahl soll bei jeder Aufgabe die 3 sein!</li><li>Die erste Aufgabe soll <math>2+2</math> lauten!</li><li>Das erste Ergebnis soll 10 sein!</li><li>Bei jeder Aufgabe soll das gleiche Ergebnis herauskommen!</li></ul>

### Literatur:

Selter, Ch. (2004): Mehr als Kenntnisse und Fertigkeiten. Basispapier zum Modul 2: Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule.

KMK (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004.

Wittmann, E. Ch. & Müller, G.N. (2004): Das Zahlenbuch 1. Leipzig: Klett Verlag.